

## DAUGIAKRITERIS SIJYŲ OPTIMIZAVIMAS GENETINIAIS ALGORITMAIS

Darius Mačiūnas<sup>1</sup>, Rimantas Belevičius<sup>2</sup>, Juozas Kaunas<sup>3</sup>*Vilniaus Gedimino technikos universitetas**El. paštas: <sup>1</sup>darius.maciunas@vgtu.lt; <sup>2</sup>rimantas.belevicius@vgtu.lt; <sup>3</sup>juozas.kaunas@gmail.com*

**Santrauka.** Straipsnyje nagrinėjamas rostverkinų pamatų optimizavimas, siekiant kuo mažesnių reaktyvinių jėgų poliuose duotajam polių skaičiui ir kuo mažesnių absoliutinių dydžių lenkimo momentų sijyno jungiančiosiose sijose. Optimizavimo uždavinio tikslo funkciją sudaro didžiausia visuose poliuose atraminė reakcija ir didžiausias absoliutiniu dydžiu lenkimo momentas jungiančiosiose sijose; abu dėmenys imami su tam tikrais svoriais. Uždavinio projektavimo kintamieji yra polių padėties po jungiančiosiomis sijomis. Optimizavimo uždavinys sprendžiamas genetiniu algoritmu, į kurio formulavimą įtraukiama išankstinė žinoma informacija apie uždavinį. Reakcijų ir momentų skaičiavimo uždavinys skaičiuojamas baigtinių elementų metodu. Ši programa jungiama prie optimizavimo algoritmo juodosios dėžės principu. Optimaliam taškų, kuriuose skaičiuojami lenkimo momentai, skaičiui nustatyti atliekami skaitiniai eksperimentai. Skaitiniais eksperimentais nustatytos sąlygos, kurioms esant reakcija ir momentas turi ekvivalentišką įtaką tikslo funkcijai. Tokie skaičiavimai galėtų būti kaip bandomieji sprendiniai detaliau projektuojant sijyną.

**Reikšminiai žodžiai:** globalusis optimizavimas, genetiniai algoritmai, sijynų optimizavimas, baigtinių elementų metodas.

## Įvadas

Neatsiejama inžinerinės praktikos dalis – optimizavimas. Šiame straipsnyje analizuojama viena specifinė statybos inžinerijos optimizavimo uždavinių klasė – polių padėčių optimizavimas rostverkinio tipo pamatuose. Sijynai, sudaryti iš polių ir jungiančiųjų sijų, yra populiariausios ir efektyviausios pamatų schemas, ypač kai statoma ant silpnų gruntų. Duotajai sijyno geometrinei schemai, apkrovai ir polių charakteristikoms optimalus toks sijynas, kuris paremtas mažiausiu įmanomu polių skaičiumi ir kurio jungiančiosios sijos yra minimalaus skerspjūvio. Apytikriai galima numanyti, kad minimali kaina bus tokių sijų, kuriose susidaro mažiausi (absoliutiniu dydžiu) lenkimo momentai. Matematinio požiūriu tokio sijyno projektavimo uždavinys yra globaliosios optimizacijos uždavinys, kuriuo susiejami du skirtingi optimizavimo uždaviniai: sijyno optimizavimas siekiant mažiausių atraminių reakcijų poliuose ir sijyno optimizavimas siekiant mažiausių absoliutiniu dydžiu lenkimo momentų jungiančiosiose sijose. Abiem atvejais uždavinių projektavimo kintamieji yra polių padėties po sijynu. Akivaizdu, kad galima spręsti abu šiuos uždavinius kartu taikant kompromisinę tikslo funkciją su parenkamais svoriais reakcijoms ir momentams minimizuoti.

Kartu abu šie uždaviniai, tačiau tik paskirai sijyno sijai, buvo spręsti ir anksčiau (Belevičius, Valentinavičius 2000; Belevičius *et al.* 2002; Belevičius, Valentinavičius 2001). Visam sijynui yra sėkmingai išspręsti optimalaus polių išdėstymo uždaviniai siekiant minimalios didžiausios reakcijos.

Kaip ir visiems globaliosios optimizacijos uždaviniams, šiai problemai reikia didžiulių skaičiavimo resursų. Darbe taikomi stochastiniai optimizavimo algoritmai, kurie nors ir negarantuoja globalaus sprendinio, tačiau racionalų sprendinį pateikia. Literatūroje (Belevičius *et al.* 2011) parodyta, kad iš kelių tyrinėtų stochastinių algoritmų pranašiausi yra genetiniai algoritmai (toliau – GA) (Goldberg 1989) ir atkaitinimo modeliavimo algoritmas (angl. *simulated annealing*, toliau – SA) (Groenwold, Hindley 2002).

Kaip rodo praktika, uždavinys – daugiaekstremis ir labai jautrus projektavimo kintamųjų pokyčiams. Sijynų optimizavimo uždaviniai vienaip ar kitaip nagrinėti ir užsienio mokslininkų (Kim *et al.* 2001). Jie minimizavo polių nuosėdžius po pamatų plokštėmis; tai leido tam tikrais metodais sumažinti uždavinio projektavimo kintamųjų skaičių. Kiti mokslininkai (Chan *et al.* 2009) sijyno polių išdėstymo topologijos optimizavimo uždavinį sujungė su pačių polių dimensionavimo uždaviniu, tačiau stipriai sumažino projektavimo kintamųjų skaičių, polių sujungdami į kelias vienodų charakteristikų grupes.

Šiame straipsnyje nagrinėjamame uždavinyje jokių suvaržymų polių padėties nenustatyta (išskyrus kelis technologinius apribojimus; žr. tolesnį skyrių). Deja, sprendžiant bendrąjį reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinį globaliojo sprendinio gauti iš anksto neįmanoma, kad ir kokia būtų tikslo funkcijos svorių kombinacija. Optimizavimo uždavinys sprendžiamas originaliu genetiniu algoritmu, tiesioginis

analizės uždavinys – reakcijų ir momentų nustatymo – baigtinių elementų metodo (toliau – BEM) originalia programa.

Siūloma optimizavimo technologija galėtų būti naudojama kaip bandomasis sijynų projektavimas tolesniam, jau tikslesniam sijyno dimensionavimui (tuo labiau, kad stochastiniai optimizavimo algoritmai pateikia kelias alternatyvias polių išdėstymo schemas, kurių tikslo funkcijos vertės skiriasi nedaug – projektuotojas gali rinktis jam tinkantį išdėstymo variantą).

### Idealizavimas ir duomenys

Nagrinęjant sijyną baigtinių elementų metodu, poliai idealizuojami spyruoklinėmis atramomis, o polių jungiančios sijos – lenkiamojo strypo baigtiniais elementais. Tarp dviejų atramų įterpiamas vienas strypo elementas. Vienu elementu idealizuojama ir gembinė (jei tokių yra) sijyno sija. Manoma, kad polių laikančioji galia ir jungiančiųjų sijų charakteristikos yra žinomos prieš optimizavimą.

Dėl techninių priežasčių sijynuose poliai paprastai įrengiami sijyno kampuose. Programose numatyta galimybė įrengti vadinamąsias nejudamas atramas, negalinčias keisti savo pozicijų ir todėl nedalyvaujančias optimizavimo procese. Šio straipsnio skaitiniuose eksperimentuose tokių atramų nėra, kadangi jų buvimas matematiškai, matyt, neleistų gauti globalaus sprendinio. Kai kurie kiti techniniai ribojimai, pavyzdžiui, minimalus galimas atstumas tarp gretutinių polių (dėl poliakalės darbo specifikos) irgi gali kliudyti surasti idealią schemą.

Pradiniai duomenys siekiant optimizuoti sijyną yra šie:

- geometrinė jungiančiųjų sijų schema;
- sijų skerspjūvių duomenys (plotas, inercijos momentai);
- sijų medžiagos duomenys (vienos sijos medžiaga laikoma izotropine);
- nejudamų atramų pozicijos (jeigu tokių yra);
- didžiausia leidžiamoji reakcijos jėga, galinti kilti bet kuriame iš polių;
- mažiausias galimas atstumas tarp gretimų polių;
- vertikalūs poliaus standis ir 2 lenkimo standžiai: išilgai sijos, po kuria yra polis, ir statmena kryptimi;
- apkrovų duomenys. Aktyviosios jėgos gali būti pateiktos sutelktųjų apkrovų ir lenkimo momentų bet kuriame sijos taške pavidalu arba išskirstytųjų trapecinių apkrovų bet kurioje sijos dalyje pavidalu.

Sprendimo rezultatas – reikalingas polių kiekis, polių padėties ir atraminės reakcijos juose bei lenkimo momentai jungiančiosiose sijose.

Sunkiausia iš visų šių duomenų įvertinti polių standžius. Kaip parodyta (Belevičius, Valentinavičius 2001), begaliniai standžiai yra absoliučiai netinkamas idealizavimo objektas. Projektuotojams žinomi tipiniai vertikalūs polių nuosėdžiai, tad akivaizdi procedūra siekiant rasti apytikslį standį – nustatyti vertikalų standį iš vienmatės spyruoklės deformavimo uždavinio.

### Matematinė formulė

Optimizavimo uždavinys formuluojamas taip:

$$\min_{x \in D} P(x), \quad (1)$$

čia tikslo funkcija  $P$  yra

$$P(x) = \max_{1 \leq i \leq N_a} |R_i| \cdot w_r + \max_{1 \leq j \leq k \cdot N_e} |M_j| \cdot w_m, \quad (2)$$

$x$  žymi projektavimo kintamuosius.  $R_i$  – reakcijos jėga  $i$ -oje atramoje,  $M_j$  – lenkimo momentas sijyno sijų  $j$ -ame taške.  $N_a$  – atramų kiekis, o  $k \cdot N_e$  – sijyno sijų taškų, kuriuose skaičiuojami lenkimo momentai, skaičius; čia  $N_e$  – strypų elementų skaičius;  $k$  – baigtinio elemento taškų, kuriuose skaičiuojami lenkimo momentai, skaičius. Galima struktūros konfigūracija  $D$  nusakoma sijyno geometrine schema, konkrečių atramų tipu, nustatyti įvairių skerspjūvių skaičiumi ir skirtingų sijų medžiagų planu.

Vieno baigtinio elemento momentai skaičiuojami pagal norimą skaičių vienodai vienas nuo kito nutolusių taškų. Norint nustatyti, koks pasirinktas taškų skaičius yra optimalus, buvo atlikti eksperimentai.

Optimizuojant poliai gali judėti tik išilgai jungiančiųjų sijyno sijų. Šis apribojimas realizuojamas taip: dvimatis sijynas yra matematiškai transformuojamas į vienmatę tiesę, išilgai kurios leidžiama laisvai judėti atramoms. Optimizavimo programa teikia atramų pasiskirstymo schemą šioje vienmatėje erdvėje, o atgalinė transformacija vėliau grąžina atramų pozicijas į realų sijyną.

Baigtinių elementų programa, skirta tiesioginiam didžiausios reakcijos jėgos sijyne uždaviniui spręsti, yra jungiama prie optimizavimo programos kaip juodoji dėžė. Priklausomai nuo juodosios dėžės atsako, optimizavimo programa numato kitą polių pasiskirstymą.

Taip suformulavus vienas projektavimo kintamasis atitinka vieną atramos koordinatę vienmatėje struktūroje. Apribojimus projektavimo kintamiesiems galima užrašyti taip:

$$0 \leq x_i \leq L, \quad i = 1, 2, \dots, N_a, \quad (3)$$

čia  $x_i$  yra  $i$ -osios atramos koordinatė vienmatėje struktūroje;  $L$  – bendras visų sijyno sijų ilgis.

Kadangi visų globaliojo optimizavimo uždavinių ribojimo faktorius yra skaičiavimo laikas, tiesioginis analizės uždavinys sprendžiamas taikant originalią uždavinio specifiką įvertinančią ir todėl greitą FORTRAN programą su specialiais baigtinių elementų tinklo generavimo priešprocesoriais. Taikant bet kuri komercinį BEM paketą, pernelyg daug laiko prarandama iš valdymo programos kviečiant išorinę programą.

Lenkiamųjų strypų elementai turi 2 mazgus su 6 laisvės laipsniais kiekviename mazge. Šio elemento standumo matrica (Spyrakos, Raftoyiannis 1997) yra tokia:

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{12}]^T & [K_{22}] \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Ten pat pateiktos detalizuotos  $[K_{11}]$ ,  $[K_{12}]$ ,  $[K_{22}]$  ir  $[K_{12}]^T$  išraiškos (Spyrakos, Raftoyiannis 1997).

Pagrindinė statikos lygtis yra

$$[K]^a \{u\}^a = \{F\}^a, \quad (5)$$

čia indeksas  $a$  žymi baigtinių elementų ansamblį (formulėse toliau neberodomas),  $\{u\}$  – mazgų poslinkius, o  $\{F\}$  – aktyviąsias jėgas.

Polijų reakcijos jėgos gavus mazgų poslinkius apskaičiuojamos taip:

$$R_i = \sum_j [K_{ij}] u_j. \quad (6)$$

Lenkimo momentai skaičiuojami bet kuriuose pasirinktuose kiekvieno strypo taškuose priklausomai nuo strypo kreivių:

$$M = E I_z \kappa, \quad (7)$$

$$\kappa = -\frac{d^2}{dx^2} \left( \sum_i N_i u_i \right), \quad (8)$$

čia  $N_i$  yra Ermito antrosios eilės interpoliacinės funkcijos (Barauskas *et al.* 2004), o  $u_i$  –  $i$ -asis elemento mazginis poslinkis.

Kadangi (8) figūruoja lokalią strypo elemento koordinatę, momentus galima apskaičiuoti bet kuriame norime strypo taške.

### GA bendrajam momentų ir reakcijų minimizavimo uždaviniui spręsti

Optimizavimo uždaviniui spręsti taikoma klasikinė GA schema (Goldberg 1989), kurią sudaro tokie etapai:

- Pradinės individų populiacijos generavimas.

- Atranka.
- Kryžminimas.
- Mutacija.

Algoritmo pradžioje formuojamas individas; individas yra visas pamatų sijynas su tam tikru būdu atsitiktinai parinktomis atramų pozicijomis abstrakčioje vienmatėje sijoje. Individui užkoduoti naudojami ne bitai, kaip klasikinėje GA schemeje, bet realūs skaičiai. Vienas skaičius atitinka vieno poliaus koordinatės reikšmę vienmatėje sijoje. Pavyzdžiui, jei 50 m bendro sijų ilgio sijyne yra 5 poliai, jis gali būti užkoduotas atsitiktiniais skaičiais iš intervalo  $[0; 50]$  kad ir taip:

40,124 26,585 4,211 12,141 31,918

Kaip rodo praktika, algoritmo konvergavimą gerokai paspartina visos iš anksto žinomos informacijos įvertinimas. Kadangi sijyno apkrova statiniuose dažniausiai yra išskirstytų slėgių pavidalo, ir atramos turėtų būti išsklaidytos po visu sijynu. Generuojant pradines polių koordinates, tai įvertinama įrašant minimalų būtiną atstumą, kuris empiriškai gaunamas pusę sijyno sijų ilgio dalijant iš atramų skaičiaus. Jei generuojant individą dviejų polių pozicijos suartėja labiau, toks individas brokuojamas ir į pradinę populiaciją neįtraukiamas.

Tuomet, kai suformuota pradinė populiacija,  $N$  kartų formuojama nauja populiacija, t. y. atliekama atranka, kryžminimas ir mutacija. Algoritme atranka vykdoma ruletės principu (Goldberg 1989): geresni individai į kitą populiaciją atrenkami su didesne tikimybe, bet kartu, tik su mažesne tikimybe, į kitą populiaciją turi šansą patekti ir blogesni individai. „Blogų“ genų išsaugojimas leidžia išvengti pernelyg ankstyvo konvergavimo į lokalų optimumą.

Kryžminimo operacijoje taikomas paprastas vieno taško kryžminimas. Pavyzdžiui, turime du kryžminti atrinktus individus:

40,124 26,585 4,211 12,141 31,918

40,826 7,562 45,821 41,823 15,450

Atsitiktinai sugeneruojama kryžminimo pozicija, kuri yra sveikasis skaičius iš intervalo  $[1; N_a-1]$ . Pavyzdžiui, sugeneravus kryžminimo poziciją 2:

40,124 26,585 | 4,211 12,141 31,918

40,826 7,562 | 45,821 41,823 15,450

po kryžminimo operacijos bus gauti tokie individai:

40,124 26,585 45,821 41,823 15,450

40,826 7,562 4,211 12,141 31,918

Kryžminimo operacija atliekama su tikimybe  $p_{crossover}$ . Jei pagal šią tikimybę gaunama, kad kryžminimo operacija neturi būti vykdoma, individai be pakeitimų perduodami į mutacijos stadiją.

Mutacijos operacija atliekama su tikimybe  $p_{mutation}$

ir taikoma kiekvienai koordinatei atskirai. Tuo atveju, kai koordinatė mutuoja, jos reikšmė keičiasi pagal formulę:

$$X_{new} = X_{old} + 0,5 - x_{ats}, \quad (9)$$

čia  $X_{new}$  – reikšmė po mutacijos;  $X_{old}$  – reikšmė iki mutacijos;  $x_{ats}$  – atsitiktinis skaičius iš intervalo  $[0,0; 1,0]$ .

Tarkime, iki mutacijos koordinatės reikšmė buvo 40,653 ir sugeneruotas  $x_{ats} = 0,874$ . Tuomet nauja reikšmė bus 40,279.

Jeigu po kryžminimo arba mutacijos pažeidžiamas minimalaus atstumo reikalavimas, tokiam individui nustatoma bauda, t. y. gauta tikslo funkcijos reikšmė dirbtinai padidinama. Individas iš esamos populiacijos nepašalinamas, bet į kitą populiaciją gali būti atrinktas su labai maža tikimybe.

Algoritmo darbas nutraukiamas sugeneravus iš anksto nustatytą populiacijų skaičių. GA paprastai būdingas spartus konvergavimas pradinėje sprendimo fazėje ir lėtas nemonotoninis konvergavimas į lokalų (galbūt – ir į globalų) sprendinį po tam tikro generacijų skaičiaus. Per visą generacijų istoriją gautas geriausias sprendinys laikomas uždavinio sprendiniu. GA yra stochastiniai algoritmai, todėl uždavinį skaičiuoti būtina kelis kartus. Prie uždavinio reikia priderinti genetinius algoritmo parametrus: generacijų skaičių, kryžminimo ir mutacijos tikimybes; apibrėžti genetinius operatorius. Dažnai tokie atsitiktiniai skaičiavimai, parenkant optimalius genetinius parametrus teikia artimus sprendinius, atitinkančius visai skirtingas polių išdėstymo topologijas.

### Optimalus baigtinių elementų, kuriuose skaičiuojami momentai, skaičius

*Momentų minimizavimo uždavinys.* Tikslo funkcijoje (2) svoris  $w_r = 0$ . Eksperimentiškai parinktos tokios genetinių parametru vertės: populiacijos dydis – 30 individų, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 60 % ir 20 %, generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~60 generacijų. Uždavinys iš viso skaičiuotas 3000 kartų.

Kadangi viename baigtiniame elemente lenkimo momentai skaičiuojami pasirinktinai bet kuriuose strypo taškuose, norint nustatyti, koks optimalus baigtinio elemento taškų skaičius, buvo atlikti skaitiniai eksperimentai, kai taškų skaičius kinta nuo 3 iki 9 (1 lentelė).

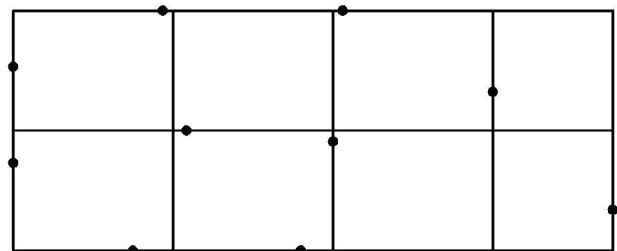
Šiuo atveju didžiausias absoliutiniu dydžiu lenkimo momentas yra 63,70, o didžiausia atraminė reakcija – 301,51. Šį sprendinį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 1 pav. Vieno nepriklausomo atsitiktinio eksperimento (100 generacijų) trukmė (toliau – eksperimento trukmė) didėja, kai taškų skaičius didėja nuo 3 iki 9. Mažiausia eksperimento trukmės reikšmė (504 s) gaunama, kai taškų skaičius yra 3 (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM).

**1 lentelė.** Momentų minimizavimo uždavinio 10 polių sijynui rezultatai

**Table 1.** The results of the task of moment minimization for 10 pole grillage

BE taškų skaičius	Eksperimento trukmė, s	Geriausia tikslo funkcijos reikšmė
3	504	63,70
4	529	67,01
5	557	65,73
6	580	69,93
7	601	67,79
8	622	69,82
9	639	64,07

*Bendrasis reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinys.* Tikslo funkcijoje (2) abu svoriai  $w_r = w_m = 0,5$ . Eksperimentiškai parinktos tokios genetinių parametru vertės: populiacijos dydis – 30 individų, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 50 % ir 20 %, generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~70 generacijų. Uždavinys iš viso skaičiuotas 3000 kartų.



**1 pav.** Polių išdėstymo schema momentų minimizavimo uždaviniui

**Fig. 1.** A pile distribution scheme for the task of moment minimization

**2 lentelė.** Reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinio 10 polių sijynui rezultatai

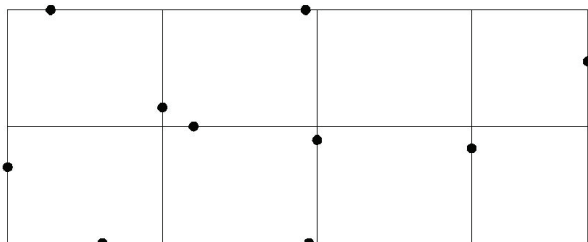
**Table 2.** The results of the task of reactive forces - moment minimization for 10 pole grillage

BE taškų skaičius	Eksperimento trukmė, s	Geriausia tikslo funkcijos reikšmė
3	504	141,32
4	533	140,24
5	552	137,94
6	574	144,14
7	598	144,27
8	625	139,60
9	646	143,24

Norint nustatyti, koks yra optimalus baigtinio elemento taškų (kuriuose skaičiuojami momentai) skaičius, buvo atlikti skaitiniai eksperimentai, kai taškų skaičius kinta nuo

3 iki 9. Iš gautų rezultatų (2 lentelė) matyti, kad, didėjant taškų skaičiui nuo 3 iki 9, geriausia tikslo funkcijos reikšmė (137,94) gaunama, kai taškų skaičius yra 5. Šį sprendinį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 2 pav. Šio kompromisinio uždavinio didžiausia atraminė reakcija yra 198,10 (gauta jos geriausia reikšmė yra 190,35), o didžiausias lenkimo momentas – 77,79 (63,70). Šiuo atveju eksperimento trukmės reikšmė yra 552 s (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM).

Taškų skaičiui didėjant nuo 3 iki 9, geriausių tikslo funkcijos reikšmių skirtumas nedidelis (didžiausias skirtumas yra 4,59 %), o eksperimento trukmės reikšmė didėja.



**2 pav.** Polių išdėstymo schema reakcijų ir momentų minimizavimo uždaviniui  
**Fig. 2.** A pile distribution scheme for the task of reactive forces and moment minimization

Žinant, kad ribojimo faktorius visiems globaliojo optimizavimo uždaviniams yra skaičiavimo laikas, akivaizdu, kad optimalus baigtinio elemento taškų skaičius yra 3, nes tada eksperimento trukmė mažiausia – 504 s (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM ).

### Svorių santykiai, kuriems esant tikslo funkcijos kriterijai turi vienodą įtaką uždaviniui

*Bendrasis reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinys.* Padalijus kompromisinę tikslo funkciją (2) iš svorio  $w_r > 0$  ir nustačius svorių santykio koeficientą  $w = w_m / w_r$ , gaunamas ekvivalentiškas tikslo funkcijos pavidalas:

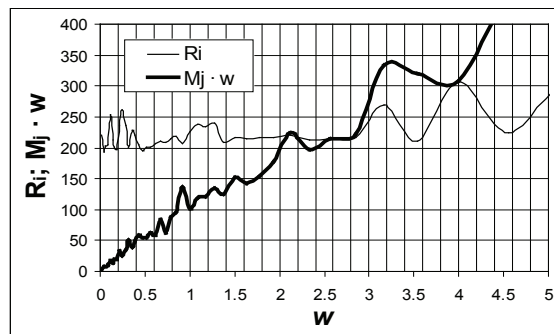
$$P(x) = \max_{1 \leq i \leq N_a} |R_i| + \max_{1 \leq j \leq 3N_e} |M_j| \cdot w. \quad (10)$$

Kad būtų įvertinta komponentų  $R_i$  ir  $M_j \cdot w$  įtaka tikslo funkcijai (10), buvo atlikti skaitiniai eksperimentai, kai  $w_r$  ir  $w_m$  reikšmės kinta intervale  $[0,02; 0,98]$  žingsniu 0,02 (čia  $w_r + w_m = 1,0$ ).

Eksperimento rezultatai (3 pav.) rodo, kad  $R_i$  ir  $M_j \cdot w$  įtaka kompromisinei tikslo funkcijai (10) yra ekvivalentiška, kai  $w \approx 2,57$ . Tokia apytikslė  $w$  reikšmė gauta, kai tikslo funkcijoje (2) svorių reikšmės tokios:  $w_r = 0,28$  ir  $w_m = 0,72$ .

Genetinių parametrų vertės gautos tokios: populiacijos dydis yra 28 individai, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 50 % ir 10 %, generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~70 generacijų. Uždavinys iš viso skaičiuotas 2800 kartų.

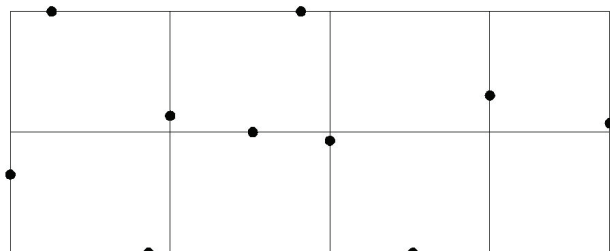
Šio kompromisinio uždavinio geriausia tikslo funkcijos reikšmė yra 120,34, didžiausia atraminė reakcija – 214,82 (gauta jos geriausia reikšmė 190,35), o didžiausias lenkimo momentas – 83,60 (63,70).



**3 pav.** Tikslo funkcijos komponentų  $R_i$  ir  $M_j \cdot w$  priklausomybė nuo  $w$   
**Fig. 3.** Objective function components  $R_i$  and  $M_j \cdot w$  dependence on  $w$

Šį sprendinį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 4 pav. Vienas nepriklausomas atsitiktinis eksperimentas (100 generacijų) užima apie 402 s (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM ).

Kai  $w < 2,57$  (3 pav.), tikslo funkcijai (10) didesnę įtaką turės reakcijos jėga  $R_i$ . Ir atvirkščiai, kai  $w > 2,57$ , didesnę įtaką tikslo funkcijai (10) turės lenkimo momentas  $M_j$ .



**4 pav.** Polių išdėstymo schema reakcijų ir momentų minimizavimo uždaviniui  
**Fig. 4.** A pile distribution scheme for the task of reactive forces and moment minimization

Iš grafiko (3 pav.) matyti, kad yra dar keletas  $w$  reikšmių, kurioms esant  $R_i$  ir  $M_j \cdot w$  įtaka kompromisinei tikslo funkcijai (10) yra ekvivalentiška. Galima teigti, kad taip yra dėl skaičiavimo tikslumo (apvalinimo) įtakos. Todėl šios  $w$  reikšmės atmetamos ir neįvertinamos.

## Išvados

Siūloma skaičiavimo technologija gali būti vienu metu sėkmingai naudojama lenkimo momentams sijyno jungiančiuosiose sijose ir atraminėms reakcijoms poliuose minimizuoti taikant kompromisinę tikslo funkciją.

Nustatytas optimalus momentų skaičiavimo taškų jungiančiojoje sijoje skaičius.

Nustatyti tikslo funkcijos svorių momentams ir reakcijoms santykiai, kuriems esant optimizavimo kriterijai turi vienodą įtaką uždaviniui.

## Literatūra

- Barauskas, R.; Belevičius, R.; Kačianauskas, R. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai*. Vilnius: Technika. 612 p.
- Belevičius, R.; Ivanikovas, S.; Šešok, D.; Valentinavičius, S.; Žilinskas, J. 2011. Optimal placement of piles in real grillages: experimental comparison of optimization algorithms, *Informational Technology and Control* (spaudoje).
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S. 2000. Optimization of grillage-type foundations, *Statyba* 6(4): 255–261.
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S. 2001. Optimization of grillage-type foundations, in *Proceeding of 2nd European ECCOMAS and IACM Conference "Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering"*. June 26–29. Cracow, Poland [CD-ROM].
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S.; Michnevič, E. 2002. Multilevel optimization of grillages, *Journal of Civil Engineering and Management* 8(2): 98–103.
- Chan, C. M.; Zhang, L. M.; Ng, J. T. M. 2009. Optimization of pile groups using hybrid genetic algorithms, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 135(4): 497–505. doi:10.1061/(ASCE)1090-0241(2009)135:4(497)
- Goldberg, D. E. 1989. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. New York: Addison-Wesley. 412 p.
- Groenwold, A. A.; Hindley, M. P. 2002. Competing parallel algorithms in structural optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization* 24(5): 343–350. doi:10.1007/s00158-002-0246-7
- Kim, K. N.; Lee, S. H.; Kim, K.-S.; Chung, C.-K.; Kim, M. M.; Lee, H. S. 2001. Optimal pile arrangement for minimizing differential settlements in piled raft foundations, *Computers and Geotechnics* 28(4): 235–253. doi:10.1016/S0266-352X(01)00002-7
- Spyrakos, C.; Raftoyiannis, J. 1997. *Linear and Nonlinear Finite Element Analysis in Engineering Practice*. Algor Publishing Division. 498 p.

## MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF GRILLAGES APPLYING THE GENETIC ALGORITHM

D. Mačiūnas, R. Belevičius, J. Kaunas

### Abstract

The article analyzes the optimization of grillage-type foundations seeking for the least possible reactive forces in the poles for a given number of poles and for the least possible bending mo-

ments of absolute values in the connecting beams of the grillage. Therefore, we suggest using a compromise objective function (to be minimized) that consists of the maximum reactive force arising in all poles and the maximum bending moment of the absolute value in connecting beams; both components include the given weights. The variables of task design are pole positions under connecting beams. The optimization task is solved applying the algorithm containing all the initial data of the problem. Reactive forces and bending moments are calculated using an original program (finite element method is applied). This program is integrated into the optimization algorithm using the "black-box" principle. The "black-box" finite element program sends back the corresponding value of the objective function. Numerical experiments revealed the optimal quantity of points to compute bending moments. The obtained results show a certain ratio of weights in the objective function where the contribution of reactive forces and bending moments to the objective function are equivalent. This solution can serve as a pilot project for more detailed design.

**Keywords:** global optimization, genetic algorithms, optimization of grillages, finite element method.