

Civil engineering Statybos inžinerija

SLUOKSNIUOTŲJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ SU ERDVINIU TINKLELIU ĮLINKIO TYRIMAI

Julius Viktoras GEDMINAS  

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Vilnius, Lietuva

- gauta 2025 m. birželio 10 d.
- priimta 2025 m. birželio 20 d.

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjami sluoksniuotųjų lenkiamų gelžbetoninių elementų įlinkiai, kurie priklauso nuo sluoksnių prasislinkimo. Taip pat analizuojami sluoksniuotųjų gelžbetoninių elementų darbo etapai ir jų įlinkių skaičiavimo metodai. Eksperimentinėje dalyje tiriama dvisluoksnio gelžbetoninio elemento erdvinio tinklelio pavidalo įtaka konstrukcijos standumui. Pasirėmus analitiniais įlinkio skaičiavimo metodais, apskaičiuojami išbandytų sijų įlinkiai esant skirtingoms apkrovoms. Gauti analitiniai duomenys palyginami su eksperimentiniais rezultatais. Išanalizavus skirtumus, kuriamas analitinis dvisluoksnių lenkiamų gelžbetoninių elementų įlinkio skaičiavimo metodas, atliekant regresinę analizę. Skaičiavimo metodas pritaikomas asmeniniams ir kitų autorių eksperimentinių tyrimų bandiniams ir atliekamas eksperimentinių ir analitinių rezultatų palyginimas.

Reikšminiai žodžiai: sluoksniuotieji gelžbetoniniai elementai, įlinkis, analitinis skaičiavimas, eksperimentinis tyrimas, sluoksnių prasislinkimas, jungties standumas.

✉ Autorius susirašinėti. El. paštas julius-viktoras.gedminas@vilniustech.lt

1. Įvadas

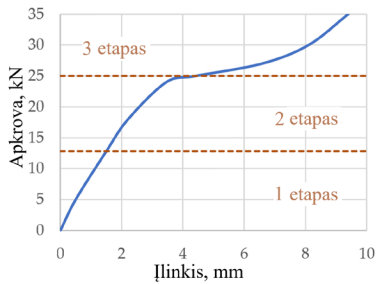
Sluoksniuotieji lenkiami elementai gali būti kiaurymėtosios perdangos su papildomo monolito sluoksniu, pusiau išbetonuotos plokštės „Filigran“, pusiau išbetonuotos sijos „Teriva“, apverstos briaunotos plokštės arba du skirtingu laiku išbetonuoti betono sluoksniai. Taip pat sluoksniuotos konstrukcijos gali būti pasirenkamos taisant ar stiprinant esamas konstrukcijas. Sluoksniuoti elementai Europoje populiarėja, tačiau analizuojant literatūrą, galima pastebėti, kad tokių elementų įlinkio skaičiavimo metodų analizės nėra išsamios ir realioms situacijoms sunkiai pritaikomos. Skaičiuojant vertikalias deformacijas pagal taikomus standartinius metodus, kaip pateikta „Eurokode 2“ (2007) arba STR 2.05.05:2005 „Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas“ (2005), sluoksnių prasislinkimas nevertinamas. Taikant mažiau žinomus įlinkio skaičiavimo metodus, tokius kaip Marčiukaičio et al. (2006) pasiūlytas sudėtinių strypų metodas, Neagoe ir Gil (2015) pristatytas „Timošenko“ sijos metodas bei Nie ir Cai (2003) mokslininkų siūlomas metodas, yra vertinamas sluoksnių prasislinkimas. Šį dydį įvertinti yra sunku, nes jis gaunamas tik atliekant eksperimentinius tyrimus. Neįvertinus sluoksnių prasislinkimo, realios vertikalios deformacijos gali būti iki 4-ių kartų didesnės už analitines. Atsižvelgiant į šias problemas, aktualu tobulinti esamus ir kurti naujus įlinkio skaičiavimo

metodus, kuriais galima tiksliai įvertinti sluoksniuotųjų elementų įlinkius realiose situacijose. Todėl šiame straipsnyje siūlomas metodas iš esmės skiriasi nuo ankstesnių.

2. Sluoksniuotųjų elementų įlinkių skaičiavimas

Svarbi sluoksniuotųjų elementų efektyvumo sąlyga – visų sluoksnių bendras darbas. Jeigu tarp sluoksnių nėra jokių pasislinkimų, šie sluoksniai visada veiks kartu. Atskirų sluoksnių bendra elgsena priklauso nuo jungties ryšių standumo ir jų prasislinkimo galimybių. Tai reiškia, kad ryšių tarp sluoksnių standumas nusako visos konstrukcijos stiprumą. Tokių sluoksnių bendro darbo esmė yra ta, kad besiliečiantys sluoksnių paviršiai ir jungtys tarp jų perima šlyties jėgas.

Sluoksniuotųjų elementų skaičiavimas realiomis sąlygomis susideda iš dviejų etapų. Pirmame etape apatinis sluoksnis turi atlaikyti visas ikieksploatacines apkrovas. Tai reiškia, kad 1-ame etape apatinė konstrukcijos dalis, iki viršutinio sluoksnio betonavimo, dirba kaip vienalytis konstrukcinis elementas. Taip pat iki visiško monolitinio betono sukietėjimo apatinis sluoksnis turi perimti visas apkrovas. Konstrukcijų elgsena šiame etape niekuo nesiskiria nuo vienalyčių gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimo.



1 paveikslas. Sluoksniuotojo gelžbetoninio elemento darbo etapai (šaltinis: Masėnas et al., 2021)

Viršutinio sluoksnio betonui sukietėjus, kompozitinė perdanga turi atlaikyti visą veikiančią apkrovą. Tokių konstrukcijų įlinkius lemia jungties tarp sluoksnių standumas. Remiantis Masėnu et al. (2021), kaip parodyta 1 paveiksle, skaičiuojant dvisluoksnių gelžbetoninių elementų įlinkius, išskiriami trys apkrovimo etapai: 1-ame etape konstrukcija dirba tampriai ir ryšys tarp sluoksnių yra standus; 2-ame etape betone atsiranda plyšių (pasireiškia betono plastinės deformacijos), bet ryšys tarp sluoksnių išlieka standus; 3-iaame etape jungtis tarp sluoksnių gali tapti iš dalies standi ir elemento sluoksniai gali prisislinkti vienas kito atžvilgiu.

$$\omega = k \cdot \left(\frac{1}{r} \right)_m \cdot l_{eff}^2, \quad (1)$$

čia $\left(\frac{1}{r} \right)_m$ – vidutinis elemento kreivis, $1/m$; k – koeficientas, kuriuo įvertinamas apkrovos tipas; l_{eff} – efektyvusis elemento ilgis, m .

Esant 3-iam etapui, veikiant didelėms šlyties jėgoms, sluoksniuotųjų elementų atraminėse zonose gali atsirasti jungties deformacijų. Masėnas et al. (2021) nustatė, kad šlyties deformacijos tarp sluoksnių atsiranda, kai apkrova pasiekia apie 50 % konstrukcijos ribinės apkrovos. Didėjant šlyties deformacijoms, sluoksniai pradeda slinkti vienas kito atžvilgiu, todėl keičiasi jungties standumas. Tai sukelia ne tik konstrukcijos standumo mažėjimą, bet ir didina konstrukcijos įlinkius. Dėl to 3-iaame etape skaičiuojant sluoksniuotojo elemento įlinkius, svarbu įvertinti jungties standumą. Šis standumas įvertinamas sudėtinių strypų teorijomis, „Timošenko“ sijos bei Nie ir Cai (2003) išvestais įlinkio skaičiavimo metodais.

Pagal Marčiukaičio et al. (2006) išvestą sudėtinių strypų metodo įlinkio formulę įvertinamas dviejų sluoksnių elementų atskirų sluoksnių lenkiamasis standis ir jungties tarp sluoksnių šlyties standis:

$$\delta = M \left(\frac{l^2}{8E_{eff}l_{eff}} + \frac{1}{D} \left(\frac{\cosh(0,5\lambda \cdot l) - 1}{\lambda^2 \cdot \cosh(0,5\lambda \cdot l)} \right) \right), \quad (2)$$

čia M – veikiantis lenkimo momentas, Nm ; l – plokštės tarpatriamio ilgis, m ; E_{eff} – ekvivalentis dviejų sluoksnių skerspjūvio elemento lenkiamasis standumas, $Pa \cdot m^4$;

$\frac{1}{D}$ – dydis, apibūdinantis sluoksniuotojo elemento lenkiamąjį standumą; λ – koeficientas, apibūdinantis jungties tarp sluoksnių standumą.

Autorių Neagoe ir Gil (2015) išvestoje įlinkio pataisos formulėje yra įvertinamas laisvai atremto elemento, apkrauto dvejomis sutelktomis jėgomis, šlyties standis. Šis skaičiavimo metodas remiasi „Timošenko“ sijos teorija ir tampriu tarp sluoksnių pasislinkimo modeliu. Ši formulė yra vertikalių deformacijų nuo veikiančios apkrovos ir šlyties deformacijų suma:

$$\delta = \frac{Fb}{24E_{co}} (3L^2 - 4b^2) + \frac{F}{\lambda^3 E_{co}} \varphi \left[\lambda b - \frac{\sinh(\lambda b)}{\cosh\left(\frac{\lambda L}{2}\right)} \right], \quad (3)$$

čia F – veikianti jėga, N ; b – atstumas nuo jėgos pridėjimo vietos iki elemento krašto, m ; L – efektyvus tarpatriamio ilgis, m ; $\varphi = \frac{E_{co}}{E_0} - 1$; E_{co} – sluoksniuoto skerspjūvio lenkiamasis standumas, $Pa \cdot m^4$; E_0 – nesąveikaujančių sluoksnių standumas, $Pa \cdot m^4$; λ – koeficientas, apibūdinantis jungties tarp sluoksnių standumą.

Autorių Nie ir Cai (2003) išvestoje įlinkio pataisos formulėje kaip „Timošenko“ sijos ir sudėtinių strypų modeliuose įvertinamas laisvai atremtos perdangos, apkrautos dvejomis koncentruotomis jėgomis, šlyties standis. Ši formulė yra aprašoma taip:

$$\delta = \frac{Pa}{48EI} (3L^2 - 4a^2) + \beta P \left(\frac{L - 2c}{4h} + \frac{e^{\lambda c} - e^{\lambda L - \lambda c}}{2\lambda h(1 + e^{\lambda L})} \right), \quad (4)$$

čia P – veikianti jėga, N ; a – atstumas nuo jėgos pridėjimo vietos iki elemento krašto, m ; EI – sluoksniuoto skerspjūvio lenkiamasis standumas, $Pa \cdot m^4$; L – efektyvus tarpatriamio ilgis, m ; c – atstumas nuo jėgų pridėjimo vietos iki elemento simetrijos ašies, m ; h – skerspjūvio aukštis, m ; λ – koeficientas, apibūdinantis jungties tarp sluoksnių standumą.

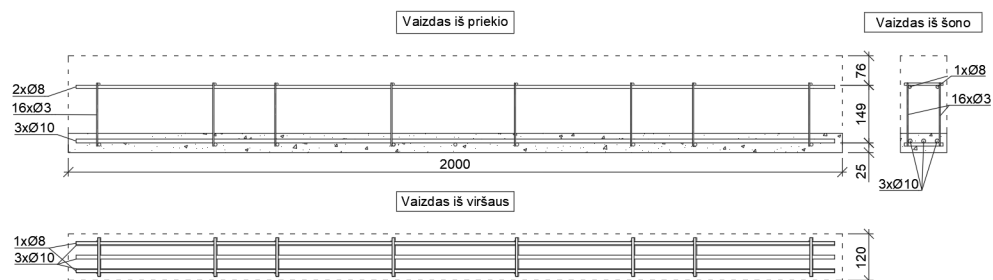
3. Eksperimentinis tyrimas

Eksperimentinėje dalyje tiriama dvisluoksnių elementų tinklelio pavidalo įtaka elemento įlinkiui. Iš viso buvo betonuojami du sijų bandiniai. Bandiniai mechaninėms savybėms nustatyti buvo betonuojami tuo pačiu laiku, kaip ir kiekvienas sluoksnis.

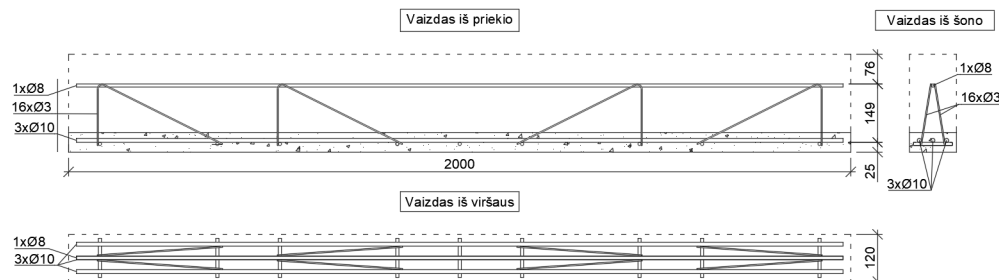
Sijų gamyba susidėjo iš penkių etapų:

1. Klojinių gamybos ir armatūros strypynų virinimas.
2. Apatinio sluoksnio betonavimas.
3. Betono kietinimas.
4. Viršutinio sluoksnio betonavimas.
5. Klojinių išrinkimas ir gaminių kietinimas.

Sijų bandiniai buvo armuoti trimis 12 mm skersmens strypais apačioje ir vienu 8 mm skersmens strypu viršuje.



2 paveikslas. Principinė S1 tipo sijos su kvadrato formos pavidalo erdvinio tinkleliu vizualizacija (šaltinis: darbo autoriaus schema)



3 paveikslas. Principinė S2 tipo sijos su lygiašonio trikampio pavidalo erdvinio tinkleliu vizualizacija (šaltinis: darbo autoriaus schema)

Apatinis apsauginis betono sluoksnis – 25 mm, viršutinis – 76 mm. Skirtingo tipo sijose buvo naudojami skirtingo tipo erdviniai strypynai:

- S1 tipo sijoje naudojami aštuoni erdviniai strypynai. Erdviniai strypynai pagaminti iš dviejų 3 mm skersinių strypų. Erdvinio strypyno pavidalas – stačiakampis (2 paveikslas);
- S2 tipo sijoje erdviniai strypynai pagaminti iš keturių 3 mm skersmens vielų. Erdvinio strypyno tinklelio pavidalas – statusis trikampis (3 paveikslas).

Visose sijose erdvinis strypynas privirinamas prie pagrindinių apatinių ir viršutinio strypų. Sijos betonuojamos sluoksniais ant vibrostalo. Pirmas sluoksnis betonuojamas pagamintuose klojiniuose kartu su armatūros strypynu. Apatiniam sluoksniui sukietėjus, po 28-ių dienų išbetonuotas antras betono sluoksnis. Apatinio sluoksnio viršus buvo nevalomas, imituojant tikrąs statybos darbų sąlygas (4 paveikslas).

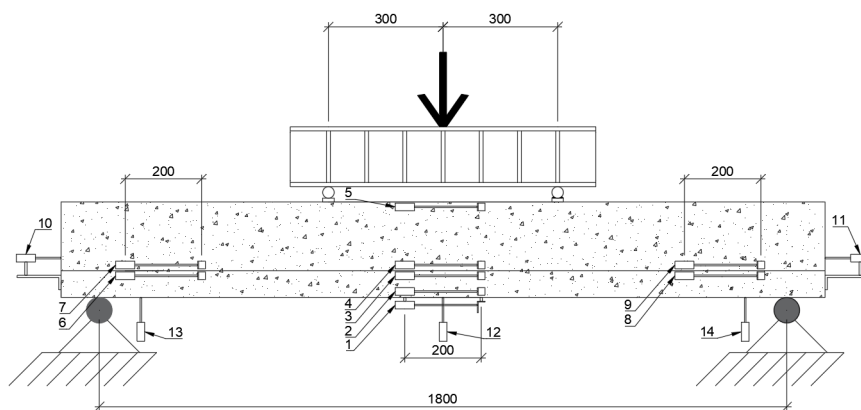
Betono cilindriniam stipriui ir tamprumo moduliui nustatyti buvo naudojami standartiniai 300×150 mm matmenų cilindrai, pagaminti apatinio ir viršutinio sluoksnio betonavimo metu. Gautas apatinio sluoksnio charakteristinis betono cilindrinis stipris – 35,2 MPa, o viršutinio sluoksnis – 22,15 MPa. Taip pat gautas eksperimentinis tamprumo modulis apatiniam sluoksniui – 27,4 GPa, o viršutiniam sluoksniui – 21,7 GPa. Betono tempiamajam stipriui ir traukumo deformacijoms nustatyti buvo naudojamos standartinės 400×100×100 mm matmenų prizmės, pagamintos apatinio ir viršutinio sluoksnio betonavimo metu.

VILNIUS TECH statybinių konstrukcijų laboratorijose buvo atliekami pagamintų sijų lenkimo bandymai. Bandymo schema parodyta 5 paveiksle. Sija buvo laisvai atre-

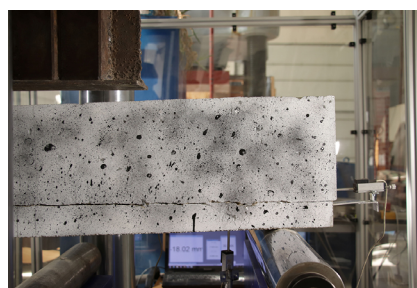


4 paveikslas. Nevalytas elemento jungties paviršius

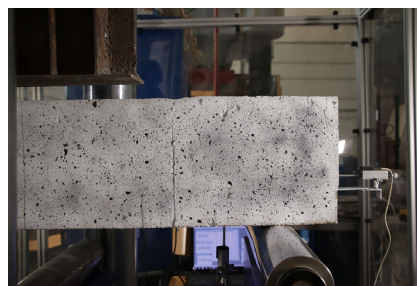
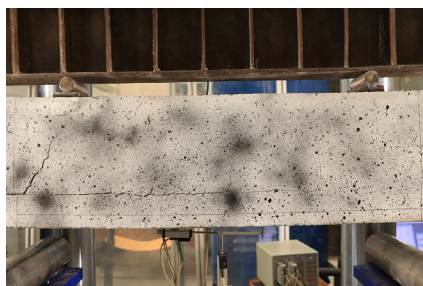
miama ir apkraunama dvejomis sutelktomis apkrovomis. Įlinkis ir plyšiai buvo fiksuojami mechaniniais davikliais. Trys mechaniniai davikliai įlinkiui matuoti buvo tvirtinami sijos apačioje – ties atramomis (13 ir 14) ir centru (12). Du mechaniniai davikliai prasislinkimui matuoti buvo tvirtinami sijos sluoksnių galuose (10 ir 11). Papildomai buvo matuojamos deformacijos statmename ir įstrižame pjūviuose. Statmename pjūvyje buvo naudojami mechaniniai davikliai, išdėstyti sijos viduryje: sijos apatinio sluoksnio tempiamojoje zonoje, tempiamos armatūros lygyje, apatinio sluoksnio viršuje, viršutinio sluoksnio tempiamojoje zonoje ir



5 paveikslas. Bandymo schema ir daviklių išdėstymas (skaičiais pažymėti daviklių numeriai) (šaltinis: darbo autoriaus schema)



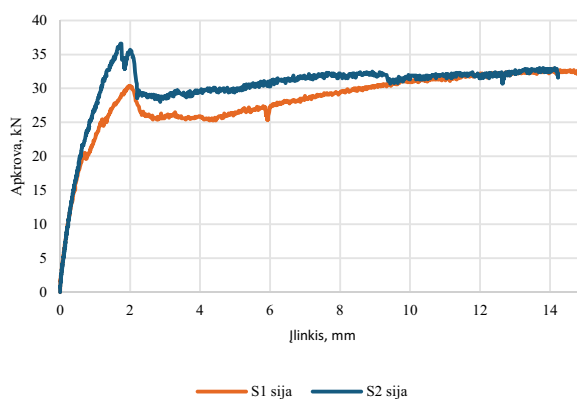
6 paveikslas. S1 tipo sija po bandymo (šaltinis: autoriaus nuotrauka)



7 paveikslas. S2 tipo sija po bandymo (šaltinis: autoriaus nuotrauka)

viršutinio sluoksnio gniuždomojoje zonoje. Įstrižojo pjūvio deformacijoms matuoti buvo naudojami mechaniniai davikliai, išdėstyti ties sijos atramomis: apatinio sluoksnio gniuždomojoje zonoje ir viršutinio sluoksnio tempiamojoje zonoje.

Atlikus eksperimentinius tyrimus, buvo pastebėta, kad pagrindinė abiejų sijų suirimo priežastis – sluoksnių prasiplinkimas (6 paveikslas ir 7 paveikslas). Buvo gautos įlinkio priklausomybės nuo apkrovos kreivės, kurios pavaizduotos 8 paveiksle. Palyginus dviejų sijų eksperimentinius rezultatus, galima pastebėti, kad S2 sijos įlinkis yra mažesnis nei S1 sijos. Iki 20 kN apkrovos sijos linksta panašiai. Didinant apkrovą iki 20,0 kN ir 25,0 kN S1 tipo sijoje, betono nelygumai yra sugniuždomi. Jungties nelygumų suglemžimas S2 sijoje pasireiškia veikiant 35,7 kN apkrovai. Toks apkrovų pasiskirstymas rodo, kad sijų jungtį kertančios armatūros



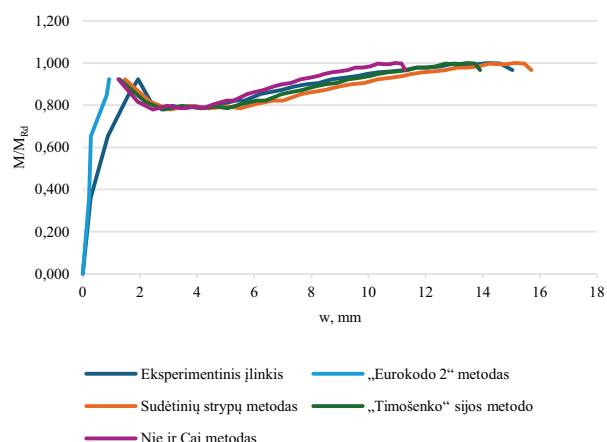
8 paveikslas. Sijų eksperimentinių įlinkių palyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)

posvyrio kampas turi įtaką sijos jungties laikomajai galiai ir įlinkiams. Abiejų sijų jungtis suyra esant tam pačiam įlinkiui, bet skirtingoms apkrovoms. Sijos S2 jungtis suyra esant 17,43 % didesnei apkrovai nei S1 sijos. Po sluoksnių prasislinkimo apkrovų skirtumas iki 9,5 mm įlinkio išlieka apytikriai panašus. Abejoms sijoms pasiekus 9,5 mm įlinkį, apkrovos susilygina.

4. Analitinė analizė ir naujo įlinkio skaičiavimo modelio kūrimas

Analitiniai rezultatai gaunami skaičiuojant eksperimentinių sijų įlinkį. Atlikus įlinkių skaičiavimus pagal „Eurokodo 2“ (2007), sudėtinių strypų, „Timošenko“ sijos bei Nie ir Cai (2003) skaičiavimo metodus, buvo gautos vertikalųjų deformacijų priklausomybės nuo santykinės apkrovos kreivės S1 (9 paveikslas) ir S2 (10 paveikslas) tipo sijoms. „Eurokodo 2“ (2007) skaičiavimas buvo taikomas iki sluoksnių prasislinkimo, o sudėtinių strypų, „Timošenko“ sijos ir Nie ir Cai (2003) skaičiavimo metodai – po sluoksnių prasislinkimo. Santykinė apkrova laikoma veikiančio lenkimo momento ir maksimalaus momento santykiu.

Apskaičiuotų ir eksperimentinių įlinkių palyginimo rezultatai yra pateikti 1-oje lentelėje ir 2-oje lentelėje. Lentelėse yra pateikta: w_{exp} – eksperimentinis įlinkis; w_{teor1} – įlinkis, apskaičiuotas pagal „Eurokodo 2“ (2007) metodą; w_{teor2} – įlinkis,



9 paveikslas. S1 tipo sijos eksperimentinių ir analitinių įlinkių lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)

apskaičiuotas pagal sudėtinių strypų metodą; w_{teor3} – įlinkis, apskaičiuotas pagal „Timošenko“ sijos metodą; w_{teor4} – įlinkis, apskaičiuotas pagal Nie ir Cai (2003) sijos metodą.

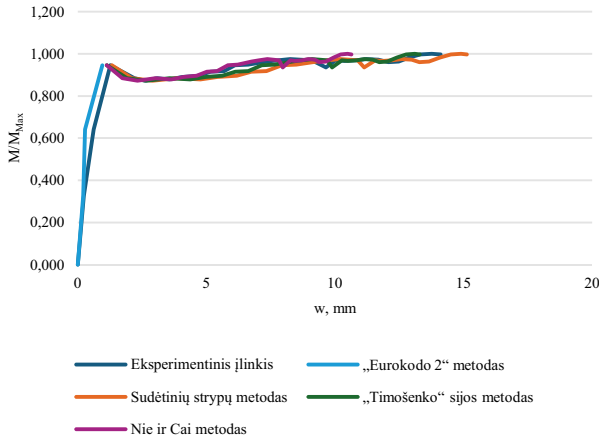
Atlikta S1 ir S2 sijų įlinkio analizė parodė, kad iki sluoksnių prasislinkimo skaičiuojant įlinkį „Eurokodo 2“ (2007) metodu gaunami netikslūs rezultatai. Galima pastebėti, kad iki skerspjuvio pleišėjimo pradžios analitinio ir eksperimentinio rezultato skirtumas didėja. Pasiekus ribą,

1 lentelė. Apibendrinti S1 sijos rezultatai

M/M_{max}	w_{exp} , mm	$\Delta(w_{exp} - w_{teor1})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor2})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor3})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor4})$, %
0,359	0,2785	-20,68	–	–	–
0,653	0,878	-67,27	–	–	–
0,847	1,937	-52,37	–	–	–
0,923	2,3785	–	-0,67	-8,35	-18,86
0,816	2,7695	–	10,59	2,82	-11,46
0,779	5,35	–	24,31	13,68	-5,88
0,798	7,419	–	21,06	9,63	-9,91
0,785	9,6375	–	16,41	4,60	-14,44
0,794	11,687	–	12,09	0,19	-18,29
0,785	14,1845	–	6,61	-5,25	-22,93

2 lentelė. Apibendrinti S2 sijos rezultatai

M/M_{max}	w_{exp} , mm	$\Delta(w_{exp} - w_{teor1})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor2})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor3})$, %	$\Delta(w_{exp} - w_{teor4})$, %
0,325	0,237	-10,04	–	–	–
0,641	0,6155	-53,70	–	–	–
0,945	1,2675	-24,80	–	–	–
0,884	2,205	–	-4,37	-13,03	-21,66
0,872	2,614	–	11,38	2,70	-11,14
0,884	4,7	–	31,46	19,62	-1,66
0,878	7,3625	–	26,32	13,28	-8,17
0,891	9,651	–	15,39	2,50	-17,46
0,897	11,6895	–	11,08	-1,82	-21,20
0,915	13,7605	–	8,29	-4,74	-23,75



10 paveikslas. S2 tipo sijos eksperimentinių ir analitinių įlinkių lyginimas

kai skerspjuvis pradeda pleišėti, analitinis įlinkis pradeda artėti prie eksperimentinio. Po sluoksnių prasislinkimo, esant beveik visiems jėgų santykiams, abiejų sijų artimiausi analitinio įlinkio rezultatai eksperimentiniams įlinkiams gaunami skaičiuojant pagal „Timošenko“ sijos skaičiavimo metodą.

Skaičiuojant remiantis anksčiau analizuotais analitiniais įlinkio skaičiavimo metodais, reikia įvertinti sluoksnių prasislinkimo įtaką. Skirtingas jungties prasislinkimo dydis yra randamas atliekant eksperimentinius tyrimus. Todėl, atliekant eksperimentinių bandinių regresinę analizę su įlinkio priklausomybės nuo apkrovos kreivėmis, pasiūlytas naujas įlinkio skaičiavimo metodas.

Prieš jungties suirimą laikoma, kad įlinkis apskaičiuojamas pagal „Timošenko“ sijos metodą, vertinant skerspjuvį kaip supleišėjusį. Skaičiuojant įlinkį taip pat reikia įvertinti skirtingą šlyties ekvivalentinį modulį pagal veikiančią lenkimo momentą. Šlyties ekvivalentinis modulis skaičiuojamas taip:

$$G_{eff} = 1,08 \cdot \left(1 - \frac{M}{M_a}\right) \geq 0,205, \quad (5)$$

čia M – veikiantis lenkimo momentas, Nm; M_a – vienasluoksnės sijos, atitinkančios sluoksniuotos sijos matmenis, laikomoji galia, Nm.

Sluoksniams prasislinkus įlinkis aprašomas pagal šią formulę:

$$w = w_s + w_{j,Rk} \cdot \left(\alpha_i \cdot e^{\left(\frac{\beta \cdot f_y \cdot M}{f_{c,min} \cdot M_{v,Rk}} \right)} \right), \quad (6)$$

čia M – veikiantis lenkimo momentas, Nm; f_y – armatūros, kertančios jungtį, takumo stipris, Pa; $f_{c,min}$ – elemento, susidedančio iš sluoksnių, mažiausias charakteristinis betono cilindrinis stipris, Pa; $M_{v,Rk}$ – vienasluoksnės sijos, atitinkančios sluoksniuotos sijos matmenis, laikomoji galia, Nm; α_i – koeficientas, priklausantis nuo jungties šiurkštumo.

Elemento įlinkis, esant standžiai jungčiai arba veikiant apkrovai, nuo kurios suyra jungtis, apskaičiuojamas pagal statybinės mechanikos formules. Elemento, apkrauto dviem sutelktomis jėgomis, įlinkis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$w_s = \frac{M_j}{24E_{eff}I_{eff}} (3L^2 - 4a^2), \quad (7)$$

čia M_j – veikiantis lenkimo momentas, Nm; $E_{eff}I_{eff}$ – ekvivalentinis dviejų sluoksnių skerspjuvio standumas, Pa · m⁴; L – tarpatramio ilgis, m; a – atstumas nuo jėgos pridėjimo taško iki elemento krašto, m.

Koeficientas α_i apskaičiuojamas priklausomai nuo jungties šiurkštumo. Nelygiai jungčiai koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\alpha_s = \frac{0,0135 \cdot M_{v,Rd}}{M} - \frac{12,065 \cdot M_{v,Rd} \cdot \rho}{M} - 0,0109, \quad (8)$$

čia M – veikiantis lenkimo momentas, Nm; $M_{v,Rd}$ – vienasluoksnės sijos, atitinkančios sluoksniuotos sijos matmenis, laikomoji galia, Nm.

Lygiai jungčiai koeficientas α apskaičiuojamas pagal formulę:

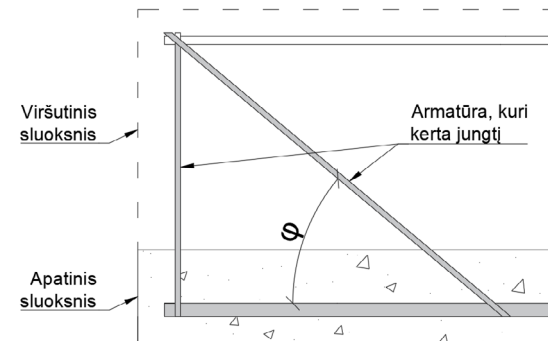
$$\alpha_L = 0,016 - \frac{\left(0,01137 - \frac{0,23 \cdot f_{c,min}}{f_y} \right)}{\left(\frac{M}{M_{v,Rd}} \right)^3}, \quad (9)$$

čia $f_{c,min}$ – elemento, susidedančio iš sluoksnių, mažiausias charakteristinis betono cilindrinis stipris, Pa; f_y – armatūros, kertančios jungtį, takumo stipris, Pa; M – veikiantis lenkimo momentas, Nm; $M_{v,Rd}$ – vienasluoksnės sijos, atitinkančios sluoksniuotos sijos matmenis, laikomoji galia, Nm.

Armavimo koeficientas apskaičiuojamas taip:

$$\rho = \sum \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{1}{\sin \varphi}, \quad (10)$$

čia A_s – jungių plotas, m²; A_c – jungties, plotas, m²; φ – armatūros posvyrio kampas, vaizduojamas 11 paveiksle.



11 paveikslas. Jungtį kertančios armatūros posvyrio kampas φ sluoksniuotoje konstrukcijoje (šaltinis: darbo autoriaus schema)

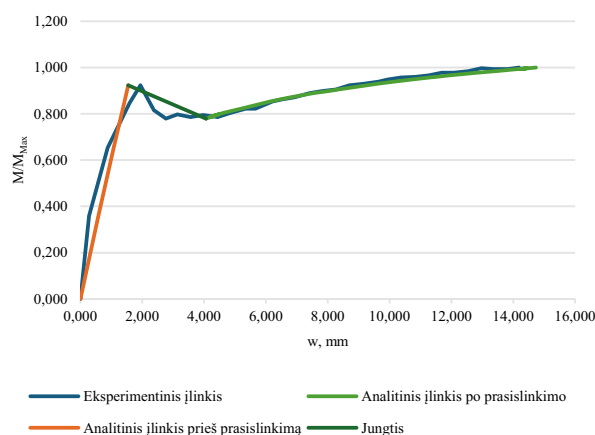
Koeficientas β apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\beta = \left[1,9 \cdot \left(\frac{M}{M_{v,Rd}} \right)^{-1212p} + \frac{1,88 \cdot f_{c,min}}{f_y} - 1,3 + \left(\frac{M}{M_{v,Rd}} \right)^3 \right]^{0,88}, \quad (11)$$

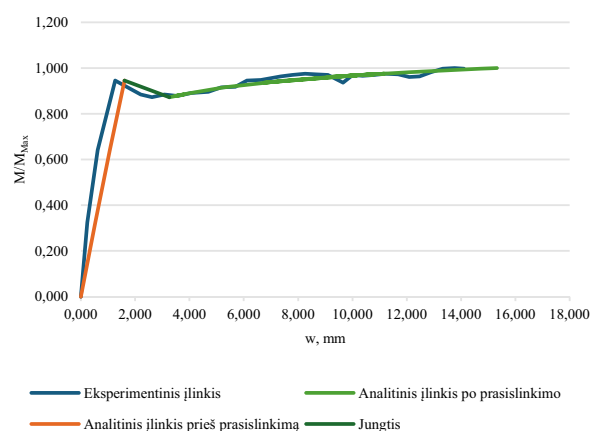
čia $f_{c,min}$ – elemento, susidedančio iš sluoksnių, mažiausias charakteristinis betono cilindrinis stipris, Pa; f_y – armatūros, kertančios jungtį, takumo stipris, Pa; M – veikiantis lenkimo momentas, Nm; $M_{v,Rd}$ – vienasluoksnių sijos, atitinkančios sluoksniuotos sijos matmenis, laikomoji galia, Nm.

Atlikus skaičiavimus pagal naują sluoksniuoto elemento įlinkio algoritmą, gaunamos įlinkio priklausomybės nuo santykinės apkrovos kreivės S1 (12 paveikslas) ir S2 (13 paveikslas) sijoms.

Apskaičiuotų ir eksperimentinių įlinkių palyginimo rezultatai yra pateikti 3-ioje lentelėje ir 4-oje lentelėje. Lentelėse yra pateikta: w_{exp} – eksperimentinis įlinkis; w_{teor1} – įlinkis, apskaičiuotas pagal naują analitinį metodą.



12 paveikslas. S1 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)



13 paveikslas. S2 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)

3 lentelė. Apibendrinti S1 tipo sijos rezultatai

M/M_{Max}	w_{exp} , mm	$\Delta(w_{exp} - w_{teor1})$, %
0,359	0,279	109,1
0,653	0,878	22,55
0,847	1,937	-20,21
0,923	2,770	46,64
0,816	5,350	-2,92
0,779	7,419	1,63
0,798	9,638	5,16
0,785	11,687	9,93
0,794	14,185	3,85

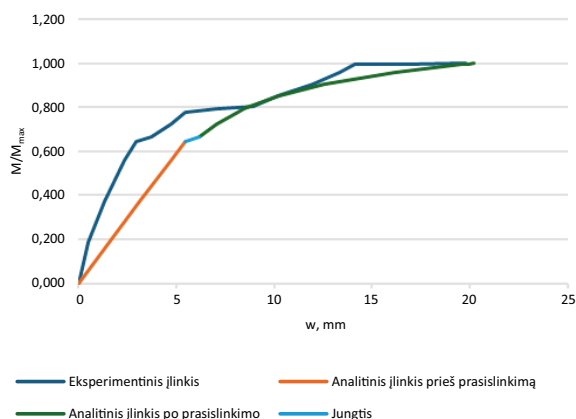
4 lentelė. Apibendrinti S2 tipo sijos rezultatai

M/M_{Max}	w_{exp} , mm	$\Delta(w_{exp} - w_{teor1})$, %
0,325	0,237	125,4
0,641	0,616	73,92
0,945	1,268	26,84
0,884	2,614	24,65
0,872	4,700	-8,47
0,884	7,363	28,55
0,878	9,651	-30,09
0,891	11,690	-8,17
0,897	13,761	11,35

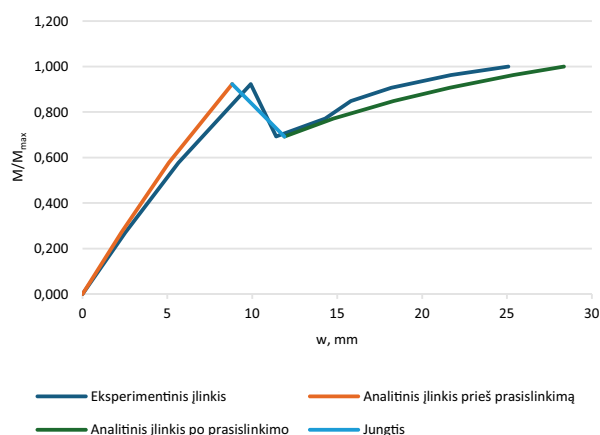
Pagal apibendrintus S1 ir S2 tipo sijos rezultatus matoma, kad iki sluoksnių prasislinkimo gaunamas didžiausias skirtumas tarp analitinių ir eksperimentinių rezultatų. Analitiniai įlinkiai yra didesni ir šis skirtumas pastebimas veikiant mažiausiai apkrovai tiek S2, tiek S1 tipo sijose. S2 tipo sijoje skirtumas yra 125,4 %, S1 tipo sijoje – 109,1 %. Didinant apkrovą abiejų tipų sijose, skirtumas tarp analitinių ir eksperimentinių rezultatų mažėja. S2 tipo sijoje, pasiekus sluoksnių prasislinkimo apkrovą, analitiniai įlinkiai išlieka 26,84 % didesni už eksperimentinius, o S1 tipo sijoje tampa 20,21 % mažesni.

Po sluoksnių prasislinkimo S1 tipo sijos naujo analitinio metodo įlinkio rezultatai yra artimesni eksperimentiniams nei S2 tipo sijos. Suirus jungčiai ir apkrovai pasiekus ribą, nuo kurios ji pradeda mažėti, įlinkių skirtumas tarp eksperimentinių ir analitinių rezultatų S1 ir S2 tipo sijose yra gana didelis – iki 46,64 %. Mažėjant apkrovai S1 tipo sijoje, esant beveik kiekvienam apkrovos santykiui, po sluoksnių prasislinkimo analitinis rezultatas yra didesnis už eksperimentinį ir svyruoja nuo 1,63 % iki 9,93 %. S2 tipo sijoje analitinis įlinkis pasiskirsto kitaip nei S1 tipo sijoje. Suirus jungčiai, apkrovų skirtumas tarp analitinių ir eksperimentinių rezultatų svyruoja nuo 8,17 % iki 28,55 %, tačiau ne visuose nagrinėjamuose taškuose analitinis įlinkis tampa didesnis už eksperimentinį. Taškuose, kuriuose matomas apkrovos sumažėjimas, įvyksta staigus sluoksnių prasislinkimas, tai lemia eksperimentinio rezultato padidėjimą ir didesnį skirtumą tarp analitinės kreivės.

Naujo įlinkio skaičiavimo metodo tikrinimas atliekamas naudojant kitų autorių analizuotus dv sluoksnių



14 paveikslas. SR5-4 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)



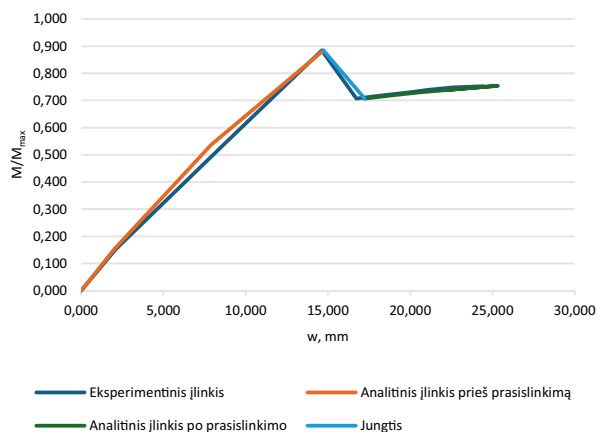
15 paveikslas. S40-5 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)

gelžbetoninių elementų duomenis. Metodas tikrinamas pagal Patnaik (2001) ir Fang et al. (2018) atliktus sijų eksperimentinius tyrimus.

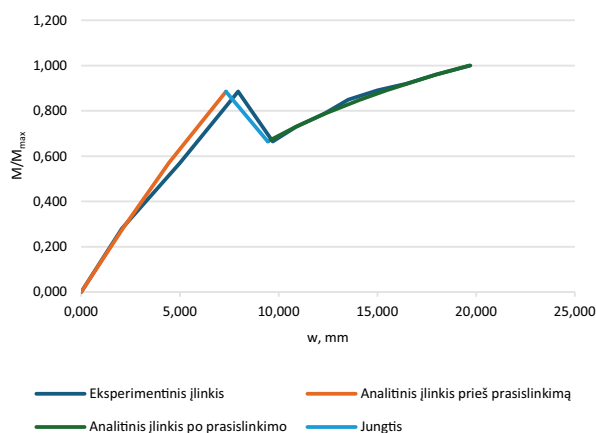
Pagal autoriaus Patnaik (2001) duomenis ir atliktą SR5-4 tipo sijos bandymą gauta įlinkio priklausomybės nuo santykinės apkrovos kreivė, kuri parodyta 14 paveiksle.

Pagal Fang et al. (2018) duomenis bei atliktus S40-5, R50-5 ir S50-5 tipų sijų bandymus gautos įlinkio priklausomybės nuo santykinės apkrovos kreivės, jos atitinkamai parodytos 15, 16 ir 17 paveiksluose.

Pagal gautus rezultatus matoma, kad iki sluoksnių prasislinkimo didesni įlinkio skirtumai gaunami SR5-4 tipo sijoje (14 paveikslas). Šiame elemente analitinis įlinkis gaunamas iki 2,5 karto didesnis už eksperimentinį. Kituose bandiniuose analitinis įlinkis dažniausiai būdavo mažesnis už eksperimentinį. Visuose bandiniuose, išskyrus S40-5 (15 paveikslas) tipo bandinį, pastebimas nuoseklus analitinių įlinkių artėjimas prie eksperimentinių. S40-5 tipo sijoje analitinio ir eksperimentinio įlinkio santykis palaipsniui didėjo. Pasiekus jungties irimo apkrovą, tiksliausi rezultatai



16 paveikslas. R50-5 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)



17 paveikslas. S50-5 tipo sijos eksperimentinių ir naujo įlinkių skaičiavimo algoritmo lyginimas (šaltinis: darbo autoriaus grafikas)

buvo gaunami R50-5 tipo sijoje, kai eksperimentinių ir analitinių vertikalių deformacijų skirtumas buvo 0,65 %.

Po sluoksnių prasislinkimo visuose elementuose atsirado staigus įlinkio padidėjimas. Didžiausi skirtumai – iki 65,42 % – tarp analitinių ir eksperimentinių rezultatų gaunami SR5-4 tipo sijoje. Kitose analizuojamose sijoje skirtumas siekė iki 18,92 %. Po sluoksnių prasislinkimo visuose analizuojamuose elementuose analitiniai rezultatai išliko didesni už eksperimentinius.

5. Išvados

1. Skačiuojant sluoksniuotųjų gelžbetoninių lenkiamų elementų įlinkius, išskiriami trys apkrovimo etapai: 1-ame etape konstrukcija dirba tampriai ir ryšys tarp sluoksnių yra standus; 2-ame etape betone atsiranda plyšių (pasireiškia betono plastinės deformacijos), bet ryšys tarp sluoksnių išlieka standus; 3-iam etape jungtis tarp sluoksnių gali tapti iš dalies standi ir elemento sluoksniai gali prasistumti vienas kito atžvilgiu. 1-ame ir 2-ame

etape, turint didelio standumo tarpsluoksninę jungtį, įlinkį galima skaičiuoti taikant „Eurokodo 2“ (2007) metodą. 3-iaje etape vertikalios deformacijos turi būti skaičiuojamos, įvertinant atsiradusius jungties prasislinkimus, kurie analizuojami sudėtinių strypų, „Timošenko“ sijos bei Nie ir Cai (2003) metodais.

2. Tyrimo metu buvo pagamintos dvi dvisluoksnės gelžbetoninės sijos ir atlikti jų bandymai. Gauta, kad sijų jungtį kertančios armatūros posvyrio kampas daro poveikį sijos jungties laikomajai galiai ir įlinkiams. Siekiant detaliau išanalizuoti jungties armatūros posvyrio kampo įtaką elementų įlinkiams turi būti atlikta daugiau eksperimentinių tyrimų, keičiant armatūros kampą. Siekiant efektyvesnių rezultatų, kitų tiriamų sijų atveju turėtų būti užtikrinama, kad prasislinkus sluoksniams nebūtų matoma horizontali įlinkio vystymosi tendencija didėjant apkrovai.
3. Atlikti išbandytų sijų analitinio įlinkio skaičiavimai pagal sudėtinių strypų, „Timošenko“ sijos bei Nie ir Cai (2003) metodus. Tiksliausi rezultatai po sluoksnių prasislinkimo eksperimentiniams įlinkiams gaunami skaičiuojant „Timošenko“ sijos metodu.
4. Sukurtas naujas dvisluoksnių elementų įlinkio skaičiavimo metodas. Pritaikius jį autoriaus bandytoms ir kitų autorių Patnaik (2001) ir Fang et al. (2018) tirtoms sijoms, nustatyta, kad analitiniai įlinkiai yra gana artimi eksperimentiniams rezultatams. Vidutinis analitinių ir eksperimentinių įlinkių skirtumas po sluoksnių prasislinkimo sudarė 8,67 %. Tačiau skaičiavimo metodas ne visais atvejais užtikrina didelį tikslumą – iš karto po jungties suirimo analitiniai rezultatai gali skirtis nuo eksperimentinių iki 65 %. Norint artėti prie dar tikslesnių rezultatų, reikėtų atlikti daugiau skaičiavimų su skirtingų betono klasių, jungties paviršių, armatūros tipų ir pavidalo lenkiamais dvisluoksniais gelžbetoniniais elementais.

Autoriaus indėlis

Julius Viktoras Gedminas prisidėjo prie eksperimentinių tyrimų, vykdytų bendradarbiaujant su Juozu Masėnu. Tyrimų rezultatai šiame straipsnyje buvo panaudoti gavus Juozo Masėno sutikimą.

Literatūra

- Fang, Z., Jiang, H., Liu, A., Feng, J., & Chen, Y. (2018). Horizontal shear behaviors of normal weight and lightweight concrete composite T-beams. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 12(1), Article 55. <https://doi.org/10.1186/s40069-018-0274-3>
- Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija. (2005). *Statybos techninis reglamentas STR 2.05.05:2005 „Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas“*. <https://www.e-tar.lt/portal/lt/legalAct/TAR.C8C4EF7FF7AE/asr>
- Lietuvos standartizacijos departamentas. (2007). *Eurokodas 2. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės* [Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings]. Lietuvos standartizacijos departamentas.

- Marčiukaitis, G., Jonaitis, B., & Valivonis, J. (2006). Analysis of deflections of composite slabs with profiled sheeting up to the ultimate moment. *Journal of Constructional Steel Research*, 62(8), 820–830. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.11.022>
- Masėnas, J., Šalna, R., Juknevičius, L., & Valivonis, J. (2021). Deflection analysis of layered slabs with plastic inserts. *Materials*, 14(20), Article 6050. <https://doi.org/10.3390/ma14206050>
- Neagoe, C. A., & Gil, L. (2015). Analytical procedure for the design of PFRP-RC hybrid beams including shear interaction effects. *Composite Structures*, 132, 122–135. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.04.054>
- Nie, J., & Cai, C. S. (2003). Steel–concrete composite beams considering shear slip effects. *Journal of Structural Engineering*, 129(4), 495–506. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2003\)129:4\(495\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:4(495))
- Patnaik, A. K. (2001). Behavior of composite concrete beams with smooth interface. *Journal of Structural Engineering*, 127(4), 359–366. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2001\)127:4\(359\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2001)127:4(359))

DEFLECTION ANALYSIS OF COMPOSITE REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

J. V. Gedminas

Abstract

This article examines the deflections of layered reinforced concrete bending elements, which are influenced by interlayer slip. Also, the study shows the work stages of such elements and methods for calculating their deflections. The experimental part analyzes composite reinforced concrete beam stiffness, depending on the shape of reinforcement lattice girders. Based on analytical deflection calculation methods, the deflections of tested beams under various loads are found. The obtained analytical results are compared with experimental data. After analyzing the discrepancies, an analytical method for calculating the deflection of double-layer reinforced concrete elements is developed using regression analysis. The proposed calculation method is applied to both the author's own and other researchers' experimental specimens, and a comparison of experimental and analytical results is carried out.

Keywords: composite reinforced concrete elements, deflection, analytical calculation, experimental study, interlayer slip, interlayer stiffness.