

Civil engineering  
Statybos inžinerijaIŠ ANKSTO ĮTEMPTOS ARMATŪROS ĮTEMPIMO ĮTAKOS ATRAMINIO  
MAZGO SU ĮPJOVA LAIKOMAJAI GALIAI ANALIZĖVilius MASĖNAS *Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Vilnius, Lietuva*

Gauta 2022 m. gegužės 24 d.; priimta 2022 m. rugsėjo 15 d.

**Santrauka.** Straipsnyje analizuojama surenkamoji iš anksto įtempta stačiakampio skerspjuvio gelžbetoninė sija su įpjova atraminėje zonoje. Tiriamas neigiamas armatūros įtempimo poveikis atraminio mazgo su įpjova laikomajai galiai. Sudaromas skaitinis sijos modelis grindžiamas eksperimentiniu bandiniu ir atliekama netiesinė analizė naudojant DIANA FEA programinį paketą, siekiant nustatyti skirtingo armatūros įtempimo intensyvumo poveikį mazgo laikomajai galiai. Rezultatai lyginami su analitiniais skaičiavimais ir literatūroje aprašoma elgsena. Nustatyta, kad armatūros įtempimas smarkiai mažina atraminio mazgo su įpjova laikomąją galią, kai įtempta armatūra nepratęsiama iki sijos galo virš įpjovos. Skaitinio modelio laikomoji galia dėl įtempimo sumažinama 9,67 %, o analitiniais skaičiavimais – 25 %. Projektuojant sijas su įpjova atraminiam mazge, būtina įvertinti įtemptosios armatūros poveikį mazgo laikomajai galiai ir pleišėjimui.

**Reikšminiai žodžiai:** iš anksto įtemptas gelžbetonis, jungtis su įpjova, sija su įpjova atraminėje zonoje, netiesinė analizė, skaitinė analizė, skaitinis modelis, surenkamoji gelžbetoninė sija.

**Įvadas**

Surenkamosios iš anksto įtemptos gelžbetoninės sijos su įpjova atraminėje zonoje yra dažnai naudojamas elementas pastatų ir tiltų statyboje. Įpjautasis sijos galas – tai jungtis, turinti daug pranašumų, lyginant su sijomis be įpjovų. Atremiant įpjautą sijos galą ant kolonos gembės, apverstų T formos sijų arba L formos briaunų, galima gerokai apriboti elemento konstrukcinį aukštį, bendrą pastato aukštį ir pastato savąjį svorį (Aswin et al., 2015). Taip sumažinamas apdailos, laikančiųjų konstrukcijų medžiagų poreikis, be to, sumažėja darbų sąnaudos, todėl sijos su įpjautu galu leidžia plėtoti tvaresnę ir efektyvesnę statybą. Tokia sijos jungtis suteikia pranašumų ne tik bendrai konstrukcijai, bet ir individualiam elementui, nes, pakėlus elemento atraminį tašką ir sumažinus jo paties konstrukcinį aukštį atraminiam gale, individualaus elemento horizontalusis stabilumas labai padidėja (Mattock & Chan, 1979). Be to, įleidžiant atraminę konstrukciją į sijos išpjovą pasiekiamas ir geresnis estetinis vaizdas. Kaip ir visi konstrukciniai sprendiniai, atraminis mazgas su įpjova turi ir trūkumų. Vienas iš jų – tai iš anksto įtemptos armatūros poveikis atraminio mazgo laikomajai galiai, kai įtempti armatūros lynai nėra pratęsiama iki sijos galo virš įpjovos.

Daugelyje tyrimų įtempta armatūra išdėstoma atlanomis iki sijos galo, todėl pleišėjimo ir įstrižojo pjūvio laikomoji galia didėja (Hamoudi & Phang, 1974; Nanni & Huang, 2002; Moreno-Martínez & Meli, 2014). Brinkley'us tyrime armatūrą išdėsto tiesiais strypais įtempiant įpjovoje, tačiau šlyties suirtis vyksta viso aukščio skerspjuvio dalyje, todėl laikomoji galia nuo apspaudimo taip pat didėja (Brinkley, 2013). Problema kyla tada, kai suirimas vyksta įstrižajame pjūvyje virš įpjovos, o įtempimas atliekamas prie įpjovos krašto. Tada apspaudimo jėga įstrižojo pjūvio neapgniuždo.

Werneris ir Dilgeris teigia, kad armatūros apspaudimo jėga, veikianti įpjovos kraštą, sukelia tempiamuosius įtempius vidiniame įpjovos kampe (Werner & Dilger, 1973). Šių tempiamųjų įtempių dydis priklauso nuo kampo, kuriuo apspaudimo jėga veikia elemento kraštą, ir nuo jėgos dydžio. Vadinasi, įtempių dydį lemia įtemptų lynų išdėstymo schema ir armatūros įtempimo intensyvumas.

Apspaudimo jėgos sukeliama tempiamieji įtempiai įpjovos kampe žymiai pablogina atraminio mazgo atsparumą pleišėjimui (Mattock & Theryo, 1986). Mattockas ir Theryo nurodo, kad kuo stipriau įtempta armatūra, tuo mažesnei apkrovai veikiant elementą susidaro dideli įstrižieji plyšiai. Autoriai pateikia išvadą, kad, siekiant išvengti

\*Autorius susirašinėti. El. paštas [vilius.masenas@vilniustech.lt](mailto:vilius.masenas@vilniustech.lt)

įpjovos vidiniame kampe susidarančių pavojingų tempiamųjų įtempių, rekomenduojama mažiausiai pusę visų iš anksto įtemptų lynų pratęsti iki sijos galo. Kitu atveju armatūros įtempimas sukelia labai didžiulį neigiamą poveikį atraminiam mazgui eksploatacijos metu.

Priešingas įtemptos armatūros lynų poveikis aprašomas Al-Khazraji disertacijos išvadose (Al-Khazraji, 2014). Teigiama, kad armatūrą įtempiant į įpjovos kraštus, lynus išdėstant horizontaliai, laikomoji galia padidėja iki 35 %, o pleišėjimo apkrova – iki 46 %. Darbe pateikiami tik to bandinio rezultatai, kai armatūra įtempinama, o lyginamasis bandinys, kai armatūra neįtempinama, darbe nėra aprašomas ir rezultatai nepateikiami. Vadinasi, tokią prieštaraujančią elgseną privalu ištirti. Tyrimų kiekio apie įstrižojo pjūvio irimą, kai iš anksto įtempta armatūra išdėstoma tik viso aukščio skerspjuvyje ir įtempimas atliekamas prie įpjovos krašto, nepakanka.

### 1. Sijos su įpjova skaitinis modelis

Siekiant nustatyti iš anksto įtemptos armatūros poveikį atraminio mazgo su įpjova laikomajai galiai, sudarytas skaitinis modelis baigtinių elementų analizės programiniame pakete DIANA FEA (žr. 1 ir 2 pav.). Modeliuojama sija grindžiama Lu et al. (2003) tyrime aprašomo bandinio Nr. 10 geometrija, armavimo schema ir medžiagų savybė-

mis. Lu ir kt. bandinys modifikuojamas 80 % sumažinant skersinės armatūros kiekį prie kairiosios įpjovos krašto, perkeltiant kairiąją atramą 100 mm atstumu arčiau įpjovos krašto ir naudojant šešis 15,7 mm skersmens lynus tempiamojoje sijos zonoje. Modeliuoto bandinio schemos pateikiamos 3 pav.

Modelis atraminėse zonose remiamas per 100 mm ilgio, 200 mm pločio ir 40 mm aukščio plokšteles. Tokių matmenų plokštelės naudojamos ir apkrovų pridėjimo vietoje. Kairiosios atramos poslinkiai suvaržomi visomis kryptimis ir suvaržomas pasisukimas apie z ir x ašis. Dešinioji atrama naudojama identiška kairiajai, bet padaroma paslanki x ašies kryptimi.

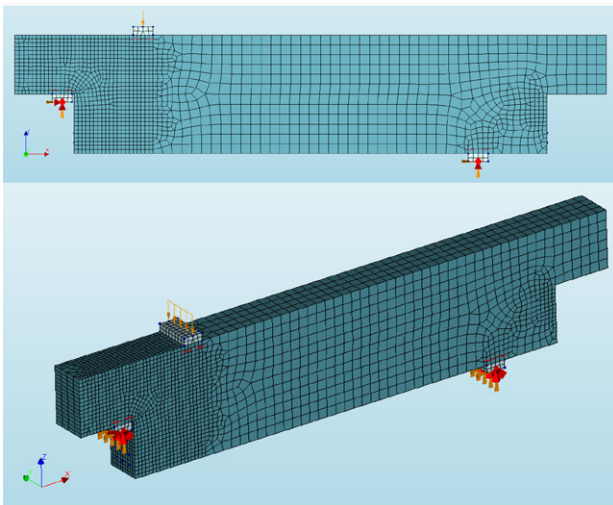
Sijos betonas aprašomas kaip tampriai plastinė medžiaga. Parenkamas *Total strain based crack model*. Betono gniuždomoji kreivė parenkama *Parabolic* (žr. 4 pav.), o tempiamoji – *Exponential* (žr. 5 pav.).

Nurodytam betono modeliui reikalingos betono charakteristikos, kurios nėra pateikiamos Lu ir kt. tyrimo aprašyme, todėl toliau nurodomos formulės, taikomos trūkstamiems parametrams apskaičiuoti.

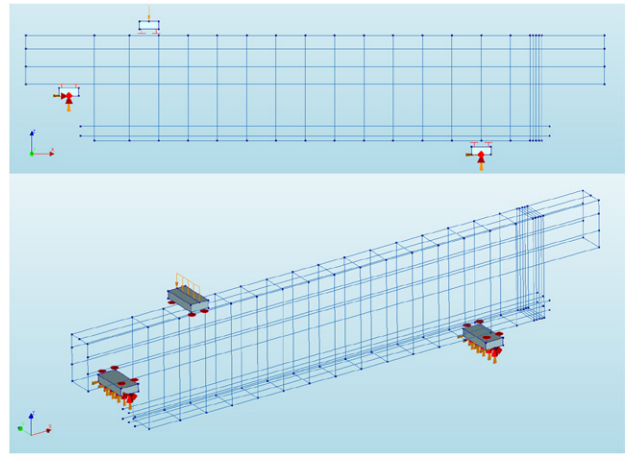
Gniuždomoji betono suirimo energija (Valivonis et al., 2014):

$$G_{fc} = 15 + 0,43 \cdot f_c - 0,0036 \cdot f_c^2, \quad (1)$$

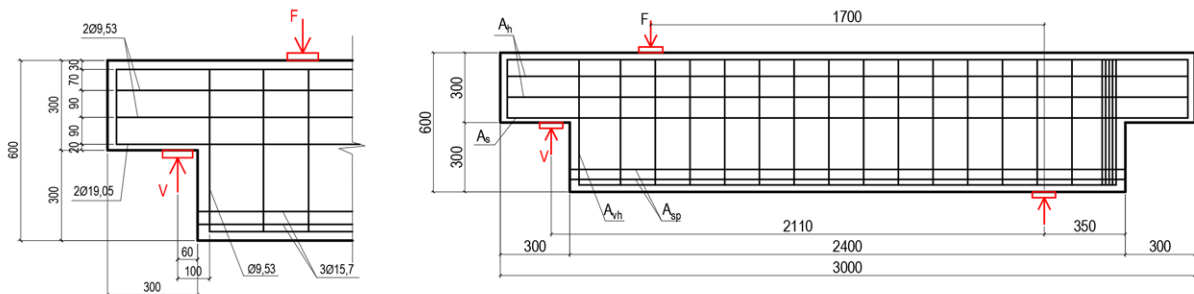
čia  $f_c$  – vidutinis gniuždomasis cilindrinis betono stipris.



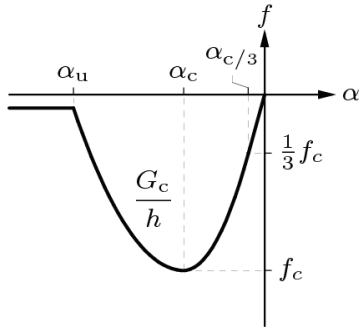
1 paveikslas. Sijos skaitinis modelis  
Figure 1. Numerical model of the beam



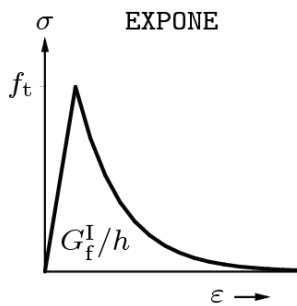
2 paveikslas. Armatūros išdėstymas skaitiniame modelyje  
Figure 2. Reinforcement arrangement in the numerical model



3 paveikslas. Modeliuoto bandinio schemos  
Figure 3. Drawings of the modelled specimen



4 paveikslas. Betono gniuždomoji kreivė (DIANA FEA BV, 2015a)  
Figure 4. Concrete compression curve (DIANA FEA BV, 2015a)



5 paveikslas. Betono tempiamoji kreivė (DIANA FEA BV, 2015b)  
Figure 5. Concrete tension curve (DIANA FEA BV, 2015b)

Tempiamoji betono suirimo energija (Valivonis et al., 2014):

$$G_F = 0,03 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,7}, \quad (2)$$

čia  $f_{cm}$  – vidutinis gniuždomasis betono stipris pagal EN 1992-1-1 3.1 lentelę (European Committee for Standardization, 2004).

Tempiamasis stipris skaičiuojamas pagal EN 1992-1-1 3.1 lentelėje pateikiamas formules:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}, \text{ kai } f_{ck} \leq C50/60; \quad (3)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln \left[ 1 + \left( \frac{f_{cm}}{10} \right) \right], \text{ kai } f_{ck} > C50/60, \quad (4)$$

čia  $f_{ck}$  – charakteristinis gniuždomasis stipris,  $f_{cm}$  – vidutinis gniuždomasis betono stipris.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}; \quad (5)$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \text{ MPa}. \quad (6)$$

Betono tamprumo modulis apskaičiuojamas pagal formulę iš EN 1992-1-1 3.1 lentelės:

$$E_{cm} = 22 \cdot \left[ \frac{f_{cm}}{10} \right]^{0,3}. \quad (7)$$

Galutinės betono savybės pateikiamos 1 lentelėje, armatūros savybės – 2 lentelėje.

Siją veikia dvi apkrovos – savojo svorio apkrova ir apkrova ant apkrovimo plokštelių. Tarp plokštelių paviršiaus ir jų išpaudo ant sijos naudojama jungtis *3D surface interface*. Plokštelių plienui parenkamas tiesinis medžiagos modelis, kurio tamprumo modulis  $E$  prilyginamas 210 GPa, Puasono koeficientas  $\nu = 0,3$ , tankis  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ .

Modelis paskirstomas į kelias zonas, kuriose skiriasi baigtinių elementų dydžiai: zona aplink kairiąją įpjovą

1 lentelė. Betono savybės  
Table 1. Concrete properties

Modelis	Tiesinės savybės			Tempiamosios savybės			Gniuždomosios savybės		
	Tamprumo modulis, GPa	Puasono koeficientas	Tankis, $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Tempimo kreivė	Stipris, MPa	Suirimo energija, N/mm	Gniuždymo kreivė	Stipris, MPa	Suirimo energija, N/mm
Pleišėjimo modelis, pagrįstas deformacija									
Besisukanti plyšių kryptis	31,675	0,2	2400	Ekspontentinė	2,613	0,07	Parabolinė	33,7	25,403

2 lentelė. Armatūros savybės  
Table 2. Reinforcement properties

Armatūros grupė	Medžiagos modelis	Tamprumo modulis, GPa	Takumo įtempiai, MPa	Plastinis stiprėjimas
$A_s$	Von Miseso plastiškumas	200	461,82	Stiprėjimo nėra
$A_h$	Von Miseso plastiškumas	200	368,00	Stiprėjimo nėra
$A_{vh}$	Von Miseso plastiškumas	200	416,14	Stiprėjimo nėra
$A_{sp}$	Von Miseso plastiškumas	195	1600,00	Stiprėjimo nėra

ir dešiniojos įpjovos sienelė padalijama į kvadratinius 20 mm kraštinės dydžio baigtinius elementus. Likusioji sijos modelio dalis dalijama į 50 mm orientacinio, bet adaptyvaus dydžio baigtinius elementus.

## 2. Sijos skaitinė analizė ir rezultatai

Atliekama analizė susideda iš dviejų etapų. Pirmasis etapas – elemento savojo svorio įvertinimas. Šis etapas yra skaičiuojamas Niutono–Rhapsono žingsniu apkrovos kontrolės metodu. Antruoju etapu didinama išorinė apkrova, skaičiuojant arkos ilgio kontrolės metodu, kol elementas suyra.

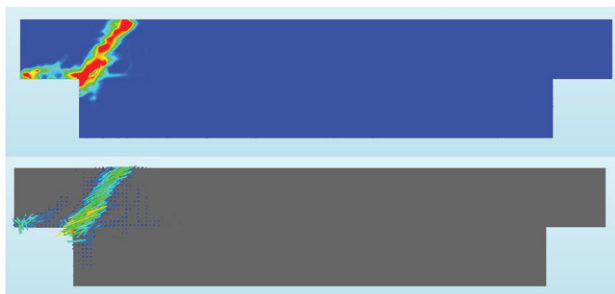
Atlikus netiesinę analizę nustatyta, kad suirimas vyksta įstrižajame pjūvyje, prasidedančiame nuo vidinio įpjovos kampo (6 pav.). Maksimali pasiekta apkrova suirimo metu  $F = 328,37$  kN. Vadinasi, skersinė laikomoji galia

$$V = F \cdot \frac{1700}{2110} = 328,37 \cdot \frac{1700}{2110} = 264,56 \text{ kN.}$$

Nustatius sijos atraminio mazgo laikomąją galią neįtempus armatūros, toliau atlikta analizė armatūros lynus įtempiant skirtingu intensyvumu: 100 MPa, 400 MPa, 700 MPa, 1000 MPa ir 1300 MPa. Gauti rezultatai pateikiami 7 pav. išreiškiant laikomosios galios ir skerspjūvio apspaudimo santykio  $\sigma_{cp}/f_c$  priklausomybę:  $\sigma_{cp}$  – vidiniai įtempiai nagrinėjamame skerspjūvyje sukelti iš anksto įtemptos armatūros apspaudimo jėgos;  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris. Sijos su įtempta armatūra tipinės deformacijos ir pleišėjimas pavaizduoti 7 pav.

Nustatyta, kad, didėjant armatūros įtempimui, mažėja mazgo laikomoji galia. Galia iki 26,50 %  $\sigma_{cp}/f_c$  mažėja pagal beveik tiesinę priklausomybę. Pasiekus atitinkamą  $\sigma_{cp}/f_c$  santykio reikšmę, armatūros įtempimo įtaka sumažėja. Toliau laikomoji galia mažėja nežymiai. Kai armatūra įtempinama iki 1300 MPa (paskutinis kreivės taškas), mazgo laikomoji galia lygi 241,25 kN, tačiau kai armatūra neįtempinama, galia 9,67 % didesnė – 264,56 kN (8 pav.).

9 pav. pateikiami rezultatai nurodant laikomosios galios pokyčio ir skerspjūvio apspaudimo santykio  $\sigma_{cp}/f_c$  priklausomybę. Skaitinio modelio rezultatai lyginami su Eurokodo 2 (toliau – EC2) įstrižojo pjūvio laikomosios galios skaičiavimo metodo rezultatais. Armatūros įtempimo įtaka įvertinama pagal tris skirtingo apspaudimo dydžio intervalus (EN 1992-1-1 6.11 aN, bN, cN formulės):

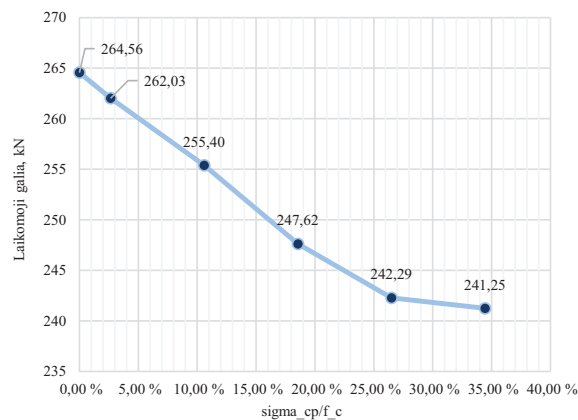


6 paveikslas. Skaitinio modelio deformacijos ir pleišėjimas  
Figure 6. Deformations and cracking of the numerical model



7 paveikslas. Skaitinio modelio deformacijos ir pleišėjimas  
armatūrą įtempus 1000 MPa

Figure 7. Deformations and cracking of the numerical model when the reinforcement is tensioned to 1000 MPa



8 paveikslas. Laikomosios galios priklausomybė  
nuo  $\sigma_{cp}/f_c$  santykio

Figure 8. Bearing capacity in relation to  $\sigma_{cp}/f_c$  ratio

$$\alpha_{cw} = \left( 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right), \text{ kai } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}; \quad (8)$$

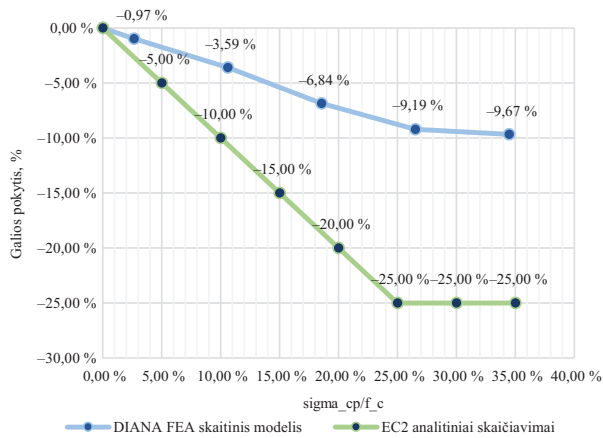
$$\alpha_{cw} = 1,25, \text{ kai } 0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} < 0,5 f_{cd}; \quad (9)$$

$$\alpha_{cw} = 2,5 \left( 1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} \right), \text{ kai } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0 f_{cd}, \quad (10)$$

čia  $\alpha_{cw}$  – koeficientas, įvertinantis įtempimų būvio įtaką skersinei galiai;  $\sigma_{cp}$  – per visą skerspjūvį suvidurkinti įtempiai nuo ašinės jėgos. Jie yra teigiami, kai skerspjūvis gniuždomas;  $f_{cd}$  – skaičiuotinis betono gniuždomasis stipris.

Skaitinio modelio elgsena iš dalies atitinka EC2 skaičiavimų priklausomybę, nes matomas atvirkščiai proporcingas laikomosios galios mažėjimas didėjant  $\sigma_{cp}/f_c$  santykiui. Pasiekus 25 %  $\sigma_{cp}/f_c$  reikšmę, laikomoji galia nebekinta. Esminis skirtumas tarp skaitinio modelio ir analitinių skaičiavimų tas, kad skaičiuojant pagal EC2, laikomoji galia nuo apspaudimo mažėja labiau. Šis mažėjimas priklauso nuo armatūros lynų įtempimo intensyvumo. Tyrime analizuojamai konkrečiai atraminio mazgo su įpjova konfigūracijai fiksuojamas iki 9,67 % laikomosios galios sumažėjimas. Taigi, galima teigti, kad iš anksto įtemptos armatūros apspaudimo jėga daro didelę įtaką laikomosios galios mažėjimui.





9 paveikslas. Laikomosios galios pokyčio priklausomybė nuo  $\sigma_{cp}/f_c$  santykio

Figure 9. Reduction of the bearing capacity in relation to  $\sigma_{cp}/f_c$  ratio

## Išvados

1. Atlikus skaitinę analizę nustatyta, kad iš anksto įtemptos armatūros apspaudimas sukelia tempiamuosius įtempius vidiniame įpjovos kampe, kaip ir aprašoma literatūroje.
2. Kai įtempta armatūra apspaudžia įpjovos kraštą, sukeliama tempiamieji įtempiai mažina ne tik įpjovos vidinio kampo atsparumą pleišėjimui, bet ir smarkiai sumažina atraminio mazgo laikomąją galią.
3. Nustatyta, kad laikomosios galios mažėjimas priklauso nuo lynų įtempimo intensyvumo. Nagrinėjama situacijai skaitinio modelio laikomoji galia gali sumažėti per apytiksliai 10 %. Analitiniais EC2 skaičiavimais, laikomoji galia sumažėja labiau – 25 %.
4. Jeigu projektuojant sijas su įpjova naudojama iš anksto įtempta armatūra, rekomenduojama didesnę dalį armatūros lynų pratęsti iki sijos galo virš įpjovos.
5. Jeigu nėra galimybės įtemptos armatūros lynus išdėstyti sijos gale virš įpjovos arba lynai nepratęsimi dėl kitų priežasčių, reikia įvertinti laikomosios galios mažėjimą ir taikyti priemones vidinio įpjovos kampo pleišėjimui riboti.

## Literatūra

- Al-Khazraji, S. D. M. (2014). *Response of dapped-end prestressed concrete girders to static and impact loads* [PhD thesis]. University of Baghdad, Iraq.
- Aswin, M., Mohammed, B. S., Liew, M. S., & Syed, Z. I. (2015). Root cause of reinforced concrete dapped-end beams failure. *International Journal of Applied Engineering Research*, 10(22), 42927–42933.
- Brinkley, F. M. (2013). *Behavior of prestressed, precast concrete thin-stemmed members with dapped ends* [M.Sc. thesis]. North Carolina State University, USA.
- DIANA FEA BV. (2015a). *Compressive behavior*. <https://manuals.dianafea.com/d100/MatLib/node328.html>

- DIANA FEA BV. (2015b). *Tensile behavior*. <https://manuals.dianafea.com/d96/MatLib/node84.html>
- European Committee for Standardization. (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings* (EN 1992-1-1). <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2015/12/en.1992.1.1.2004.pdf>
- Hamoudi, A. A., & Phang, M. K. S. (1974). Shear strength of post-tensioned daps in prestressed concrete beams. *Journal of the Structural Division*, 100(12), 2403–2418. <https://doi.org/10.1061/jsdeag.0003946>
- Lu, W. Y., Lin, I. J., Hwang, S. J., & Lin, Y. H. (2003). Shear strength of high-strength concrete dapped-end beams. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 26(5), 671–680. <https://doi.org/10.1080/02533839.2003.9670820>
- Mattock, A. H., & Chan, T. C. (1979). Design and behavior of dapped-end beams. *PCI Journal*, 24(6), 28–45. <https://doi.org/10.15554/pcij.11011979.28.45>
- Mattock, A. H., & Theryo, T. S. (1986). Strength of precast prestressed concrete members with dapped ends. *PCI Journal*, 31(5), 58–75. <https://doi.org/10.15554/pcij.09011986.58.75>
- Moreno-Martínez, J. Y., & Meli, R. (2014). Experimental study on the structural behavior of concrete dapped-end beams. *Engineering Structures*, 75, 152–163. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.05.051>
- Nanni, A., & Huang, P.-C. (2002). Validation of an alternative reinforcing detail for the dapped ends of prestressed double tees. *PCI Journal*, 47(1), 38–49. <https://doi.org/10.15554/pcij.01012002.38.49>
- Valivonis, J., Jonaitis, B., Zavalis, R., Skuturna, T., & Šneideris, A. (2014). Flexural capacity and stiffness of monolithic biaxial hollow slabs. *Journal of Civil Engineering and Management*, 20(5), 693–701. <https://doi.org/10.3846/13923730.2014.917122>
- Werner, M. P., & Dilger, W. H. (1973). Shear design of prestressed concrete stepped beams. *PCI Journal*, 18(4), 37–49. <https://doi.org/10.15554/pcij.07011973.37.49>

## ANALYSIS OF REINFORCEMENT PRESTRESSING IMPACT ON THE BEARING CAPACITY OF THE DAPPED-ENDS

### V. Masėnas

#### Abstract

The article analyzes a prestressed reinforced concrete dapped-end beam of a rectangular cross-section. The negative effect of reinforcement prestressing on the bearing capacity of the dapped-end is analyzed. The numerical beam model is made based on an experiment and a nonlinear analysis is performed using the DIANA FEA software package to determine the effect of different intensity of reinforcement prestressing on the bearing capacity of the dapped-end beam. The results are compared with analytical calculations and the behavior described in the literature. The prestressing of the reinforcement is shown to reduce the bearing capacity of the dapped-end when tensioned reinforcement is not extended to the end of the beam above the notch. The load capacity of the numerical model is reduced by 9.67% and reduced by 25% based on analytical calculations. When designing dapped-end beams, it is necessary to assess the effect of reinforcement prestressing on the bearing capacity and cracking.

**Keywords:** prestressed reinforced concrete, dapped-end beam, half-joint, nonlinear analysis, numerical analysis, numerical model, precast reinforced concrete beam.