

Aukštų dažnių technologija, mikrobangos T 191

LINIJŲ SU PERIODINIAIS NETOLYGUMAIS SAVYBIŲ TYRIMAS

Andrius Katkevičius

Vilniaus Gedimino technikos universitetas  
El. paštas: andrius.katkevicius@gmail.com

**Santrauka.** Siekiant atskleisti nevienalytiškumo įtaką lėtinimo sistemų savybėms nagrinėjama ilgoji linija su periodiniais netolygumais. Linijos savybių analizei sudarytos įėjimo varžos ir perdavimo koeficiento dažnių charakteristikų skaičiavimo programos. Parodyta, kad linija su periodiniais netolygumais įgyja užtvarinio filtro savybes.

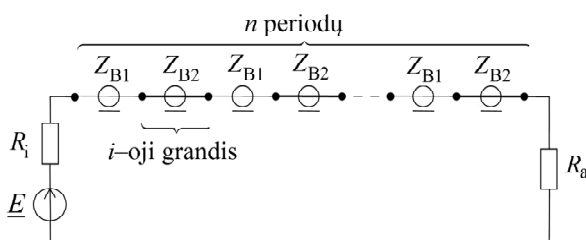
**Reikšminiai žodžiai:** ilgoji linija, periodiniai netolygumai, įėjimo varža, perdavimo koeficientas, lėtinimo koeficientas.

Įvadas

Daugelyje darbų (Martavičius 1996; Kirvaitis 1994) nagrinėtos nevienalyčių periodinių plačiajuosčių lėtinimo sistemų savybės. Pastebėta, kad jų charakteristikos skiriasi nuo vienalyčių lėtinimo sistemų charakteristikų – dėl nevienalytiškumo kinta lėtinimo koeficientas, įėjimo varža, ir lėtinimo sistema įgyja užtvarinio filtro savybių. Siekdami giliau atskleisti reiškinius, lemiančius užtvarines savybes ir šių savybių priklausomybę nuo periodinių netolygumų, šiame darbe nagrinėsime turinčią periodinių netolygumų baigtinio ilgio ilgąją liniją.

Signalinio trakto, kuriame įjungta linija su periodiniais netolygumais, schema atvaizduota 1 pav. Linija prijungta prie virpesių šaltinio, kurio elektrovara  $E$  ir vidaus varža  $R_i$ . Linija sudaryta iš  $n$  periodų. Periodas sudarytas iš dviejų vienalyčių atkarpų, kurių ilgiai –  $l_1$ ,  $l_2$ , o banginės varžos –  $Z_{B1}$  ir  $Z_{B2}$ . Gale linija apkrauta apkrova, kurios varža  $R_a$ .

Aptarsime linijos įėjimo varžos ir perdavimo koeficiento dažnių charakteristikų skaičiavimą. Nagrinėdami skaičiavimo rezultatus atskleisime linijos charakteristikų priklausomybes nuo periodų skaičiaus ir periodą sudarančių vienalyčių atkarpų parametrų.



1 pav. Signalinio trakto su linija, turinčia periodinių netolygumų, schema

Fig. 1. The circuit, containing electromagnetic line with periodical in-homogeneities

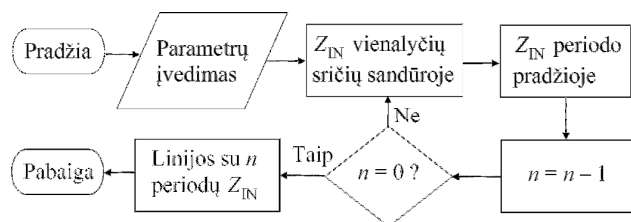
Įėjimo varžos radimas

Ilgosios linijos įėjimo varža vadinamas įtampos ir srovės kompleksinių amplitudžių santykis linijos įėjime arba bet kuriame jos skerspjūvyje. Ilgosios linijos įėjimo varža išreiškiama formule (Vainoris 2004):

$$\underline{Z}(y) = Z_B \frac{1 + \underline{P}(y)}{1 - \underline{P}(y)} = Z_B \frac{R_a + j \cdot Z_B \cdot \tan(\beta y)}{Z_B + j \cdot R_a \cdot \tan(\beta y)}, \quad (1)$$

čia:  $R_a$  – apkrovos varža;  $Z_B$  – linijos vienalytės atkarpos banginė varža;  $y$  – koordinatė, atskaitoma nuo linijos galo, prie kurio prijungta apkrova;  $\beta$  – nagrinėjamos atkarpos fazės koeficientas;  $\underline{P}(y)$  – atspindžio koeficientas linijos pjūvyje  $y$ . Kai liniją sudaro  $n$  periodų ir periodas sudarytas iš dviejų vienalyčių atkarpų (1 pav.), jos įėjimo varžą galime rasti pasinaudodami algoritmu, kurio schema atvaizduota 2 pav.

Pradžioje įvedami linijos parametrai: linijos periodo ilgis, linijos vienalyčių atkarpų ilgiai, elektromagnetinės bangos sklidimo greičiai atkarpose, atkarpų banginių ir apkrovos varžų vertės bei periodų skaičius linijoje. Toliau prasideda įėjimo varžos skaičiavimo ciklas. Įėjimo varža skaičiuojama dviejuose periodo taškuose: vienalyčių sričių sandūroje ir vėliau – periodo pradžioje.  $Z_{IN}$  skaičiavimai vykdomi kiekviename periode. Galiausiai pirmojo periodo įėjimo varža prilyginama linijos įėjimo varžai.



2 pav.  $n$  periodų linijos įėjimo varžos skaičiavimo algoritmas

Fig. 2. Calculation algorithm of input impedance of the electromagnetic line with  $n$  periods

### Perdavimo koeficiento radimas

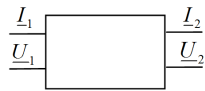
Perdavimo koeficientui skaičiuoti galima taikyti įvairius metodus (Paulauskas 1985). Linijos, sudarytos iš  $n$  periodų, perdavimo koeficiento skaičiavimui racionalu pasirinkti matricinį metodą (Фычко 1990). Matriciniai skaičiavimai naudojami tuomet, kai mikrobangų grandinėms projektuoti bei analizuoti elektrodinamikos matematinis aparatas yra pernelyg sudėtingas. Matricinėje žemųjų dažnių grandinių teorijoje pagrindinis analizės objektas yra keturpolis (3 pav.), kuris kaip perdavimo grandinė apibūdinamas kompleksiniu įtampos perdavimo koeficientu  $\underline{K}_U(\omega)$ :

$$\underline{K}_U(\omega) = K_U(\omega) \cdot e^{j\phi(\omega)}, \quad (2)$$

čia:  $K_U(\omega)$  – dažninė amplitudės charakteristika;  $\phi(\omega)$  – dažninė fazės charakteristika.

Naudojant matricinį metodą gali būti taikoma viena iš šių matricių:  $Z$  – normuotų impedansų;  $Y$  – normuotų admitansų;  $ABCD$ ;  $B$  –  $\beta$  parametru;  $H$  –  $h$  parametru;  $G$  –  $g$  parametru.

Nagrinėjamu atveju geriausia panaudoti  $ABCD$  matricią, kuri dažnai įvardijama kaip klasikinė perdavimo matrica (Фычко 1990). Naudojant  $ABCD$  matricos metodą sunaudojama daug mažiau mašininio skaičiavimo laiko. Tai ypač pastebima atliekant sudėtingų periodinių sistemų parametru skaičiavimus.



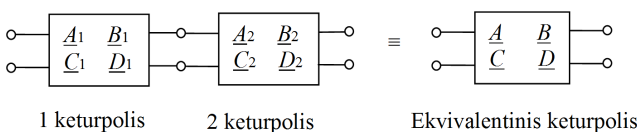
3 pav. Mikrobangų keturpolio schema

Fig. 3. Microwave quadripole

3 paveiksle pavaizduoto keturpolio įtampos bei srovės susiejamos lygčių sistema:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 - \underline{B} \cdot \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 = \underline{C} \cdot \underline{U}_2 - \underline{D} \cdot \underline{I}_2. \end{cases} \quad (3)$$

Kai sistema sudėtinga, ji skaidoma ir aprašoma paprastesniais keturpoliais, kurie vėliau nuosekliai jungiami į vieną visumą, sudauginant elementarių keturpolių bangines  $ABCD$  matricas. Taip gaunama ekvivalentinio keturpolio  $ABCD$  matrica (4 pav.).



4 pav. Pakopinis keturpolių jungimas

Fig. 4. Stepped coupling of quadripoles

Ekvivalentinės matricos koeficientai gaunami remiantis formulėmis:

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 \cdot \underline{A}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{C}_2, \\ \underline{B} &= \underline{A}_1 \cdot \underline{B}_2 + \underline{B}_1 \cdot \underline{D}_2, \\ \underline{C} &= \underline{A}_2 \cdot \underline{C}_1 + \underline{C}_2 \cdot \underline{D}_1, \\ \underline{D} &= \underline{B}_2 \cdot \underline{C}_1 + \underline{D}_1 \cdot \underline{D}_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Pagal (Фычко 1990) perdavimo linijos atkarpa be nuostolių gali būti modeliuojama ekvivalentiniu simetriniu T tipo keturpoliu, kurio  $ABCD$  matricos koeficientai išreiškiami formule:

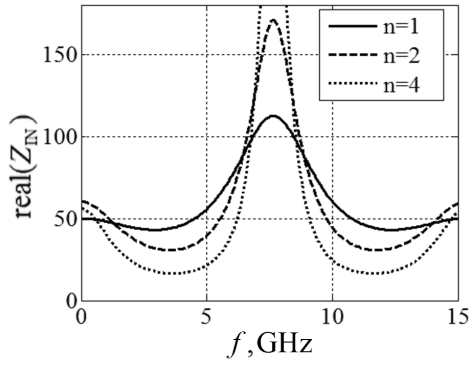
$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & j \cdot Z_B \sin(\beta l) \\ j \cdot \sin(\beta l) / Z_B & \cos(\beta l) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

### Skaičiavimo rezultatai

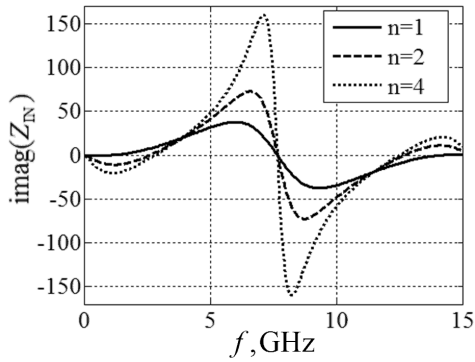
Linijos su periodiniais netolygumais skaičiavimo rezultatai, gauti taikant pasirinktas metodikas, pateikti 5 ir 6 pav. Siekiant vaizdumo grafikuose pateiktos įėjimo varžos charakteristikos (5 pav.), kai linija sudaryta iš 1, 2 ir 4 periodų, bei perdavimo koeficiento charakteristikos (6 pav.), kai linija sudaryta iš 1, 4 ir 16 periodų. Tiriant dažnių charakteristikų priklausomybę nuo sistemos periodo banginių varžų santykio banginė varža  $Z_{B1}$  kito [40; 50]  $\Omega$ , o  $Z_{B2}$  [50; 60]  $\Omega$  ribose. Linijos periodo ilgis visų tyrimų metu buvo pastovus ir lygus 0,02 m. Dar buvo priimta, kad elektromagnetinės bangos sklidimo greičiai linijos atkarpose lygūs šviesos greičiui, o virpesių šaltinio ir apkrovos varžos – 50  $\Omega$ .

Pagal 5 pav. bendruoju atveju linijos įėjimo varža yra kompleksinė. Jos realioji, menamoji dalys ir modulis priklauso nuo dažnio. Modulis tampa ekstremalus, kai elektromagnetinės bangos ilgis tampa dvigubai didesnis nei linijos periodo ilgis  $l_p$ , t. y., kai tenkinama sąlyga  $l_p = \lambda / 2$ . Tada ties dažniu  $f = v / \lambda = v / 2l_p$  (čia  $v$  – elektromagnetinės bangos sklidimo greitis linijoje) įėjimo varža yra grynai aktyvioji. Skaičiavimai, kurių rezultatai nepateikti, parodė, kad  $Z_{IN}$  kitimas didesnis, kai didesnis linijos vienalyčių sričių banginių varžų santykis arba kai vienalyčių atkarpų ilgių santykis artėja prie vieneto.

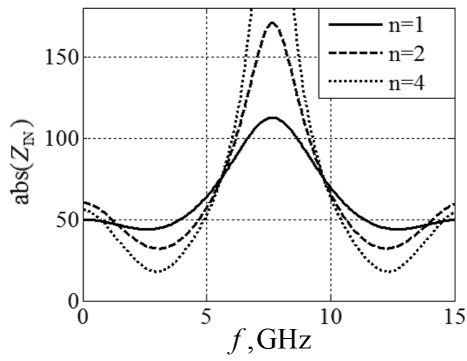
6 pav., a atvaizduotos perdavimo koeficiento charakteristikos, kai periodo banginės varžos yra pastovios ir lygios 40 ir 60  $\Omega$ , o periodų skaičius sistemoje kinta ir yra lygus 1, 4 ir 16. 6 pav., b kinta periodo vienalyčių sričių atkarpų ilgių santykis, o 6 pav., c pateiktos perdavimo koeficiento dažninės amplitudės charakteristikos esant pastoviam periodų skaičiui bei vienalyčių sričių atkarpų ilgių santykiui, bet kintant periodo vienalyčių sričių banginių varžų santykiui.



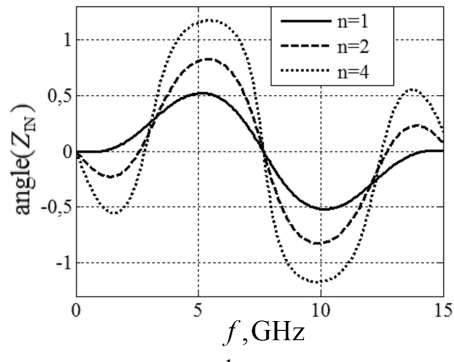
a



b



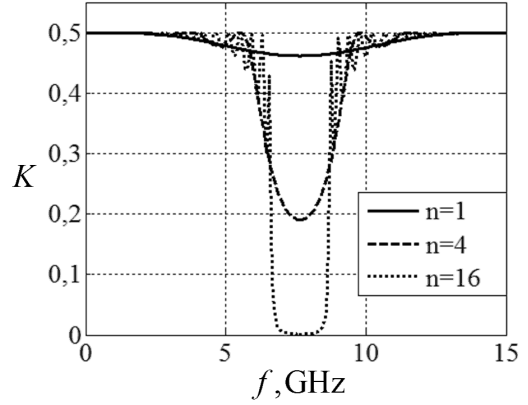
c



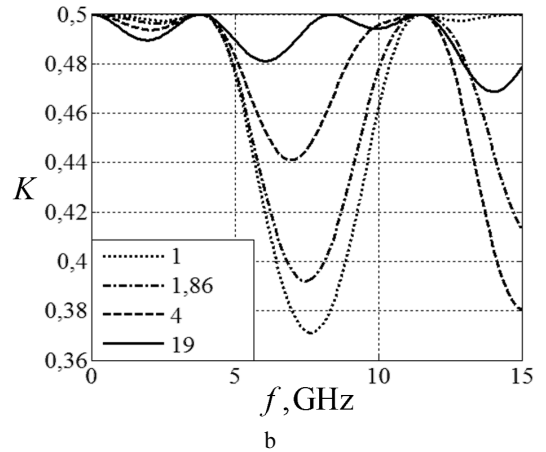
d

**5 pav.** Įėjimo varžos realiosios (a), menamosios (b) dedamųjų, modulio (c) ir fazės (d) dažninės charakteristikos, kai  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $l_1 = l_2$  ir  $n = 1; 2$  ir  $4$

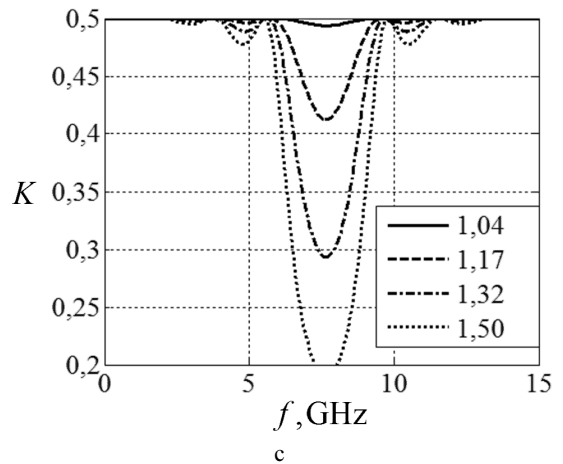
**Fig. 5.** (a) Real, (b) imaginary parts, (c) modulus, and (d) phase of input impedance at  $l_1 = l_2$ ,  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $l_1 = l_2$  and  $n = 1; 2$  ir  $4$



a



b



c

**6 pav.** Dažninės amplitudės charakteristikos, kai  $R_a = R_i = 50 \Omega$ :

- (a):  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $l_1 / l_2 = 1$ ,  $n = 1; 4; 16$ ;  
 (b):  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $n = 4$ ,  $l_1 / l_2 = 1; 1,86; 4; 19$ ;  
 (c):  $n = 4$ ,  $l_1 / l_2 = 1$ ,  $(Z_{B1} + Z_{B2}) / 2 = 50 \Omega$ ,  
 $Z_{B1} / Z_{B2} = 1,04; 1,17; 1,32; 1,5$ .

**Fig. 6.** Amplitude-frequency responses at  $R_a = R_i = 50 \Omega$ :

- (a):  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $l_1 / l_2 = 1$ ,  $n = 1; 4; 16$ ;  
 (b):  $Z_{B1} = 40 \Omega$ ,  $Z_{B2} = 60 \Omega$ ,  $n = 4$ ,  $l_1 / l_2 = 1; 1,86; 4; 19$ ;  
 (c):  $n = 4$ ,  $l_1 / l_2 = 1$ ,  $(Z_{B1} + Z_{B2}) / 2 = 50 \Omega$ ,  
 $Z_{B1} / Z_{B2} = 1,04; 1,17; 1,32; 1,5$ .

Signalinio trakto, kuriame įjungta linija su periodiniais netolygumais, perdavimo koeficientas skaičiuotas pagal formulę:

$$K = \left| \frac{U_{1s}}{E} \right|. \quad (6)$$

Todėl trakto, kuriame įjungta vienalytė linija, nenormuotos perdavimo charakteristikos vertės yra 0,5. Dėl periodinių netolygumų atsiranda užtvarinė juosta, kurios centrinis dažnis priklauso nuo linijos periodo ilgio ir išreiškiamas formule:

$$f_c = \frac{v}{2l_p}. \quad (7)$$

Kaip matyti iš 6 pav., a ir c, didėjant periodų skaičiui arba periodo vienalyčių sričių banginių varžų santykiui, perdavimo koeficientas nuo dažnio priklauso labiau. Dėl didėjančių periodinių atspindžių plečiasi užtvarinė juosta ir didėja slopinimas užtvarinėje juostoje. Iš 5 pav., b matome, kad užtvarinė juosta plačiausia ir slopinimas joje didžiausias, kai vienalyčių atkarpų ilgių santykis periode artėja prie vieneto. Beje, dėl periodinių netolygumų atsiranda ne vienintelė užtvarinė juosta. Kai  $l_1 \neq l_2$ , užtvarinės juostos gaunamos ir ties kartotiniais dažniais  $nf_c$  (kai periode telpa sveikasis pusbangių skaičius  $n$ ).

## Išvados

1. Siekiant atskleisti nevienalytiškumo įtaką lėtinimo sistemų savybėms nagrinėta ilgoji linija su periodiniais netolygumais. Parinktos linijos įėjimo varžos bei perdavimo koeficiento dažninių charakteristikų skaičiavimo metodikos. Sudarytos skaičiavimo programos *MATLAB*<sup>®</sup> aplinkoje.

2. Pateikti skaičiavimo rezultatai liudija, kad dėl periodinių netolygumų atsiranda užtvarinė juosta, kurios centrinis dažnis priklauso nuo linijos periodo ilgio. Norint nukelti užtvarinę juostą į aukštesnių dažnių sritį, reikia trumpinti linijos periodą.

3. Užtvarinės juostos plotis ir slopinimas joje didėja, jeigu:

- didėja linijos periodų skaičius;
- didėja periodo vienalyčių atkarpų banginių varžų santykis;
- vienalyčių atkarpų ilgių santykis periode artėja prie vieneto.

## Padėkos

Dėkoju savo magistrinio darbo vadovui prof. habil. dr. Stanislovui Štarui už pagalbą rengiant šį straipsnį.

## Literatūra

- Kirvaitis, R. 1994. *Elektrodinaminės velinimo linijos*. Vilnius: Technika. 215 p.
- Martavičius, R. 1996. *Elektrodinaminės planarinės lėtinimo sistemos plačiajuosčiams elektroniniams prietaisams*. Vilnius: Technika. 264 p.
- Paulauskas, K. 1985. *Antenos ir mikrobangų įtaisai*. Vilnius: Mokslas. 372 p.
- Vainoris, Z. 2004. *Bangų elektronikos pagrindai*. Vilnius: Technika, 513 p.
- Фуско, В. 1990. *Анализ и автоматизированное проектирование*. Москва: Радио и связь. 194 p.

## FREQUENCY PROPERTIES OF THE NON-HOMOGENEOUS PERIODICAL LINE

### A. Katkevičius

#### Abstract

Frequency properties of the non-homogeneous periodical line are analyzed. The model of the signal path containing the non-homogeneous periodical line is presented. The programs for calculation of line input impedance and transfer coefficient were developed. Calculation results are presented and analyzed. They show that the stop-band appears due to periodical inhomogeneities. Its central frequency depends on the length of the period of the line. The width of the stop-band and the attenuation in it depend on intensities of periodical inhomogeneities.

**Keywords:** electromagnetic lines, periodical in-homogeneities, characteristic impedance, stop-band, frequency responses.