MOKSLAS – LIETUVOS ATEITIS
SCIENCE – FUTURE OF LITHUANIA

2010, 2 tomas, Nr. 1
2010, Vol. 2, No 1

Elektronika ir elektrotechnika
Electronics and electrical engineering

Aukštų dažnių technologija, mikrobangos T 191

# BAIGTINIŲ SKIRTUMŲ METODO SKAIČIAVIMO BŪDŲ TYRIMAS

**Audrius Krukonis**

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas*
*El. paštas: audriuskr@gmail.com*

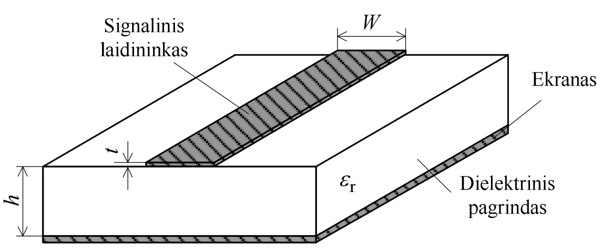
**Santrauka.** Straipsnyje aptariamas mikrojuostelinės perdavimo linijos analizei naudojamas baigtinių skirtumų metodas ir du šio metodo skaičiavimo būdai: iteracinis bei susietųjų matricų. Pateikiama kiekvieno iš būdų skaičiavimo metodika. Sudaryti ir išnagrinėti iteraciniu ir matriciniu būdais grįsti mikrojuostelinės perdavimo linijos matematiniai modeliai elektriniams parametrams apskaičiuoti. Aptariami iteracinio ir susietųjų matricų skaičiavimo būdų privalumai, trūkumai bei galimos jų tobulinimo kryptys.

**Reikšminiai žodžiai:** mikrojuostelinė perdavimo linija, baigtinių skirtumų metodas, iteracinis skaičiavimo būdas, susietųjų matricų skaičiavimo būdas, elektrinio potencialo pasiskirstymas, charakteringasis impedansas.

## Įvadas

Mikrojuostelinės struktūros plačiai taikomos įvairiose elektroninėse sistemose tiek žemų dažnių tiek labai aukštų dažnių – gigahercų eilės signalam perduoti (Williams *et al.* 1998). Dėl mažų konstrukcinių matmenų ir puikaus atitikimo šiuolaikinėms gamybos technologijoms, mikrojuostelinės struktūros pritaikomos daugelyje elektronikos komponentų: perdavimo linijose, pasyviuose grandynų elementuose, suderinimo grandinėse, aukštos kokybės mikrobangų filtruose bei rezonatoriuose ir antenose (Sayre 2008). Šias struktūras sudaro vienas ar keli plokšti signaliniai laidininkai, dielektriko sluoksniu atskirti nuo ekrano. Elektroniniuose įrenginiuose panaudojama daugybė mikrojuostelinių struktūrų modifikacijų su skirtingomis elektrinėmis charakteristikomis (paprasčiausios konstrukcijos mikrojuostelinė linija pavaizduota 1 pav.), todėl atsiranda poreikis sparčių, tikslių matematinių modelių, skirtų mikrojuostelinių struktūrų charakteringajam impedansui ir kitiems jų parametrams rasti.

Mikrojuostelinių struktūrų analizei pasitelkiamus metodus galima sąlyginai padalinti į analizinius (Nguyen




**1 pav.** Supaprastinta mikrojuostelinės perdavimo linijos konstrukcija

**Fig. 1.** Simplified C transmission line construction

2000) ir skaitinius (Garg *et al.* 1996). Skaitiniais metodais sprendžiamos Maxwell'o lygtis su tam tikrais geometrinės struktūros apribojimais. Skaitiniams priklauso daug metodų, tarkime, baigtinių skirtumų, baigtinių elementų, momentų ir kt. metodai. Šiame darbe išsamiau nagrinėjamas baigtinių skirtumų metodas.

## Baigtinių skirtumų metodas

Baigtinių skirtumų metodas (angl. *finite difference method*) sukurtas 1920 m. spręsti netiesinėms hidrodinamikos lygtims, tuomet buvo vadinamas kvadratų metodu (Thom 1961). Nuo tada šis metodas taikomas įvairių sričių problemoms spręsti. Tai palyginus nesudėtingas ir be ypatingų problemų programiškai įgyvendinamas metodas, išsamiai aptariamas Booton ir Sadiku (1992; 2001) darbuose.

Baigtinių skirtumų metodas pagrįstas aproksimacija, t. y. dalinių išvestinių lygčių pakeitimu dalinių skirtumų lygtimis. Ši baigtinų skirtumų aproksimacija yra algebrinės formos ir ieškomo kintamojo vertė sprendimo srityje nustatoma iš greta esančių mazgų verčių. Sprendžiant uždavinius baigtinių skirtumų metodu, atliekami šie žingsniai:

1. Nagrinėjamo elektrodinaminio įtaiso sritis suskaidoma $\Delta$ žingsnio tinkleliu.

2. Diferencialinė lygtis išreiškiama ekvivalentiška baigtinių skirtumų lygtimi, kurioje nagrinėjamo mazgo vertė priklauso nuo gretimų mazgų verčių skirtumų.

3. Sudarytų skirtumų lygčių sistema sprendžiama atsižvelgus į tam tikras analizuojamos sistemos ribines ir (arba) pradines sąlygas.

Dalinių išvestinių lygčių sprendimas baigtinių skirtumų metodu veda prie didelių algebrinių lygčių sistemų



ISSN 2029-2341(print)/ISSN 2029-2252 (online)
doi:10.3846/mla.2010.023

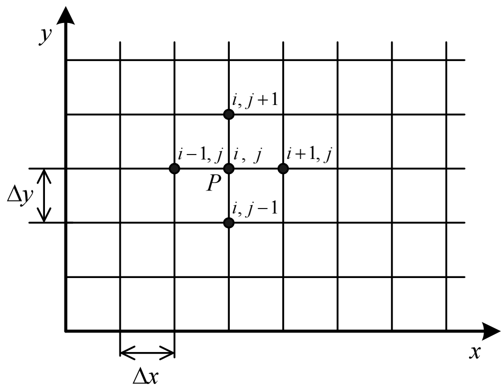
sudarymo ir jų sprendimas yra sudėtinga taikomosios matematikos problema. Du pagrindiniai būdai naudojami tokių lygčių sistemų sprendimui: iteracinis ir susietųjų matricų.

**Iteracinis skaičiavimo būdas**

Elektrodinaminiams uždaviniams dvimatėje erdvėje spręsti baigtinių skirtumų metodu panaudojamos Puasono elipsinių dalinių išvestinų lygtys dviejų koordinačių sistemoje (sprendimo srities suskaidymo tinkleliu pavyzdys pateiktas 2 pav.):

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} = g(x,y), \tag{1}$$

čia: $\nabla^2$ – Laplaso operatorius; $x$, $y$ – koordinatės; $\Phi$ – potencialas; $g(x,y)$ – sužadinimo šaltinis.




**2 pav.** Dvimatės analizuojamos srities tinklelis

**Fig. 2.** Grid of two-dimensional analysis field

Galima naudoti centrinių skirtumų aproksimaciją dalinėms išvestinėms rasti, kurių paprasčiausia forma yra (Sadiku *et al.* 2001):

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = \frac{\Phi(i+1,j) - 2\Phi(i,j) + \Phi(i-1,j)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2; \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} = \frac{\Phi(i,j+1) - 2\Phi(i,j) + \Phi(i,j-1)}{(\Delta y)^2} + O(\Delta y)^2, \tag{3}$$

čia: $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ ir $i, j = 0,1,2 \ldots$; $O(\Delta x)^2$ ir $O(\Delta y)^2$ – nukirtimo paklaidos.

Jei tarsime, kad $\Delta x = \Delta y = \Delta$, tai (2) ir (3) formules galima išreikšti:

$$\Phi(i,j) = \frac{1}{4}\Big[\Phi(i+1,j) + \Phi(i-1,j) + \Phi(i,j+1) + \Phi(i,j-1) - \Delta^2 g(i,j)\Big], \tag{4}$$

čia: $\Delta$ – tinklelio žingsnis. Specialus (1) išraiškos atvejis, kai analizuojamoje srityje krūvių nėra t. y. $g(x,y) = 0$ atitinka Laplaso lygtį, tokiu būdu (1) išraiška tampa:

$$\Phi(i,j) = \frac{1}{4}\big[\Phi(i+1,j) + \Phi(i-1,j) + \Phi(i,j+1) + \Phi(i,j-1)\big]. \tag{5}$$

Iš šios formulės matyti, kad analizuojamos srities tinklelio kiekvieno mazgo potencialo dydis yra lygus jį supančių keturių mazgų potencialų vidurkiui. Tai nevienintelis būdas aproksimuoti Laplaso lygtį, tačiau vienas iš populiariausių.

Pagal (5) išraišką apibūdinus visų mazgų potencialus iš eilės atliekamas jų apskaičiavimas. Bendruoju atveju naudojantis iteraciniu metodu lygčių sprendinių pirmoji aproksimacija taikoma apskaičiuoti antrajai aproksimacijai, šioji savo ruožtu taikoma trečiajai aproksimacijai rasti ir t. t. Dažniausiai naudojami trys iteraciniai metodai: Jacobi, Gauss-Seidel ir vadinamasis tolimesniojo sumažėjimo (angl. *successive over-relaxation − SOR*) (Sadiku *et al.* 2001).

Taikant SOR metodą pirma nustatoma kiekvieno mazgo pradinė liekana $R(i,j)$, kuri netenkina paklaidos sąlygos:

$$R(i,j) = \Phi(i+1,j) + \Phi(i-1,j) + \Phi(i,j+1) + \Phi(i,j-1) - 4\Phi(i,j) - \Delta^2 g(i,j). \tag{6}$$

Liekanos $R^k(i,j)$ reikšmė $k$-joje iteracijoje, gali būti laikoma kaip korekcija, kurią būtina pridėti prie $\Phi(i,j)$, kad gautoji reikšmė būtų artimesnė tikrajai reikšmei. Kai $\Phi(i,j)$ artėja prie tikrosios reikšmės, $R^k(i,j)$ artėja prie nulio.

**Susietųjų matricų būdas**

Baigtinių skirtumų sprendinio paieškos trukmė, taikant iteracinį skaičiavimo būdą, priklauso nuo siekiamo tikslumo. Skaičiavimam paspartinti taikytinas tiesioginis susietųjų matricų būdas, pagal kurį baigtinių skirtumų sprendinys surandamas tiksliai. Baigtinių skirtumų metode naudojamo tinklelio kiekvieno mazgo vertę veikia kiti artimiausi tinklelio mazgai, o tolimesni mazgai įtakos neturi. Taigi analizuojamos srities tinklelio visų mazgų vertes galima rasti išsprendus lygtį:

$$[A]\times[X] = [B]; \tag{7}$$

čia: $[A]$ – retoji matrica (angl. *sparse matrix*), turinti daugybę nulinių elementų; $[X]$ – stulpelinė matrica, kurią sudaro nežinomos mazgų vertės; $[B]$ – vektorius, kurį sudaro žinomos mazgų vertės. Nežinomųjų matricos $\left[X\right]$ vertės randamos naudojant, pvz., tokią formulę:

$$\left[X\right]=\left[A\right]^{-1}\left[B\right]; \tag{8}$$

čia: $\left[A\right]^{-1}$ – atvirkštinė koeficientų matrica. Nežinomųjų matricą taip pat galima rasti taikant įvairius eliminavimo metodus (Gauss‘o, Gauss‘o Jordan‘o ir kt.).

Susietųjų matricų skaičiavimo principą lengviau nagrinėti pasitelkus pavyzdį, tad 3 pav. pateiktas mikrojuostelinės linijos skerspjūvio supaprastintas modelis. Ši mikrojuostelinė linija yra dviejų dielektrikų tarpe, jos laidininko storis yra be galo plonas ir į jį siunčiamas 1 V potencialas, o visa nagrinėjama sritis aprėpta įžemintu (0 V) ekranu.

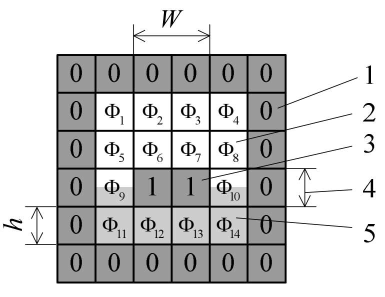
Koeficientų matricos $\left[A\right]$ dydis priklauso nuo nežinomų potencialų skaičiaus. 3 pav. pateiktame pavyzdyje nežinomų potencialų yra 14, taigi sudaroma $14\times14$ koeficientų matrica. Sudarytoje matricoje eilučių skaičius atitinka nežinomų potencialų skaičių, o eilutės elementuose surašomi koeficientai, apibūdinantys kiekvieno potencialo įtaka nežinomam potencialui.

Skaičiuojant potencialų pasiskirstymą vieno dielektriko terpėje naudojama formulė (5), kuri pagal susietųjų matricų būdą išreiškiama tokiu pavidalu:

$$\begin{aligned}4\Phi\left(i,j\right)-\Phi(i+1,j)-\Phi(i-1,j)\\-\Phi(i,j+1)-\Phi(i,j-1)=0.\end{aligned} \tag{9}$$

Kairėje šios lygties pusėje surašomi nežinomi potencialai bei jų įtakos koeficientai, šiuo atveju jie atitinkamai lygūs 4, $-1$, $-1$, $-1$ ir $-1$ (potencialai kurių įtaka lygi nuliui lygtyje neįrašyti), dešinėje surašomos žinomų potencialų verčių sumos, nuo kurių priklauso ieškomo potencialo dydis. Tarkime, pagal 3 pav. ieškant $\Phi_1$ priklausomybę nuo kitų potencialų gaunama tokia lygtis:

$$4\Phi_1-\Phi_2-\Phi_5=0. \tag{10}$$




**3 pav.** Nagrinėjamos srities pavyzdys: 1 – ekranas; 2 – viršutinis dielektrikas (oras); 3 – signalinis laidininkas; 4 – dielektrikų pereinamoji sritis; 5 – dielektrinis pagrindas

**Fig. 3.** Example of analysis area: 1 – shield; 2 – upper dielectric (air); 3 – signal conductor; 4 – transitional area between dielectrics; 5 – dielectric substrate

Apskaičiuojant potencialą $\Phi_2$, gaunama:

$$4\Phi_2-\Phi_1-\Phi_3-\Phi_6=0. \tag{11}$$

Pagal baigtinių skirtumų metodą skaičiuojant potencialų pasiskirstymą dviejų dielektrikų riboje naudojama tokia formulė (Sadiku *et al.* 2001):

$$\begin{aligned}\Phi\left(i,j\right)=\frac{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\Phi(i+1,j)+(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\Phi(i-1,j)}{4(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}\\+\frac{2\varepsilon_1\Phi(i,j+1)+2\varepsilon_2\Phi(i,j-1)}{4(\varepsilon_1+\varepsilon_2)},\end{aligned} \tag{12}$$

čia: $\Phi(i+1,j)$ ir $\Phi(i-1,j)$ – potencialai dviejų dielektrikų terpių riboje; $\Phi(i,j+1)$ ir $\Phi(i,j-1)$ – potencialai skirtinguose dielektrikuose. Šią formulę pritaikius susietųjų matricų būdui, gaunama tokia išraiška:

$$\begin{aligned}4\Phi\left(i,j\right)-\Phi(i+1,j)-\Phi(i-1,j)\\-\frac{2\varepsilon_1\Phi(i,j+1)}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}-\frac{2\varepsilon_2\Phi(i,j-1)}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}=0.\end{aligned} \tag{13}$$

Nagrinėjamu atveju dviejų dielektrikų riboje yra $\Phi_9$ ir $\Phi_{10}$ potencialai, taigi pritaikius (13) gaunama:

$$4\Phi_9-\frac{2\varepsilon_1\Phi_5}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}-\frac{2\varepsilon_2\Phi_{11}}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}=1; \tag{14}$$

$$4\Phi_{10}-\frac{2\varepsilon_1\Phi_8}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}-\frac{2\varepsilon_2\Phi_{14}}{(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}=1. \tag{15}$$

Panašiu būdu išvedus lygtis, apibūdinančias visus nežinomus potencialus, sudaroma koeficientų matrica $\left[A\right]$ ir žinomų potencialų vektorius $\left[B\right]$, bei išsprendžiama tiesinių lygčių sistema, pvz., taikant (8) išraišką.

**Matematinio modelio tyrimas**

Iteraciniam ir susietųjų matricų skaičiavimo būdams palyginti buvo sudaryti ir įgyvendinti MATLAB® modeliavimo terpėje mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso skaičiavimo algoritmai. Iteracinio būdo potencialų skaičiavimo paklaida buvo nustatyta $\delta=10^{-8}$. Rezultatams palyginti (žr. Lentelė) naudojami duomenys iš Urbanavičius ir Cheng darbų (2006; 1991).

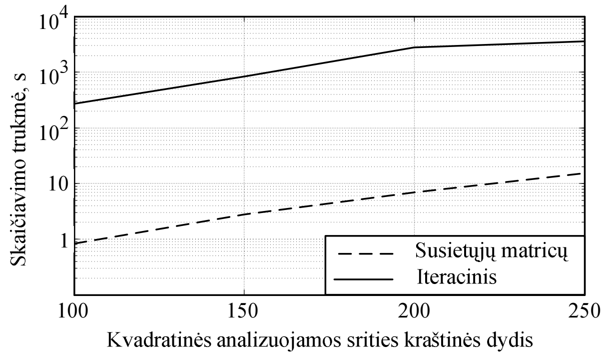
Lentelėje pateikti palyginamieji rezultatai, gauti apskaičiuojant charakteringąjį impedansą atviros mikrojuostelinės linijos, kuri iš šonų ir iš viršaus neekranuota. Baigtinių skirtumų metodu nagrinėjama sritis visada yra apribota ekranu. Siekiant priartėti prie atviros mikrojuostelinės linijos modelio baigtinių skirtumų metodu, nagrinėjama sritis plečiama, t. y. tolinamas ekranas iš šonų ir viršaus, paliekant nepakitusius mikrojuostelinės linijos konstrukcinius parametrus $W$ ir $h$.

**Lentelė.** Mikrojuostelinės linijos su skirtingais parametrais charakteringojo impedanso dydis, rąstas taikant skirtingus metodus

**Table.** Characteristic impedance of microstrip line with different parameters, calculated by different methods

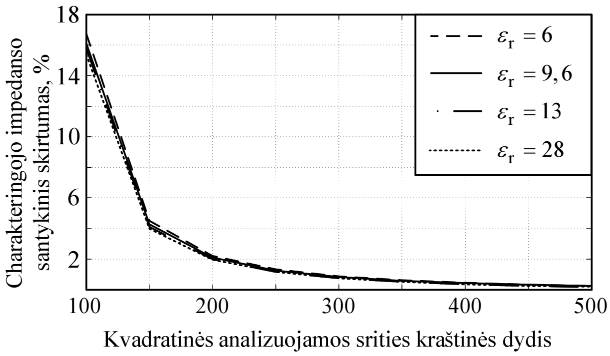
| $W\,/\,h$ | $\varepsilon_r = 6,0$ | | | $\varepsilon_r = 9,6$ | | | $\varepsilon_r = 13,0$ | | | $\varepsilon_r = 28,0$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $Z,\ \Omega^1$ | $Z,\ \Omega^2$ | $Z,\ \Omega^3$ | $Z,\ \Omega^1$ | $Z,\ \Omega^2$ | $Z,\ \Omega^3$ | $Z,\ \Omega^1$ | $Z,\ \Omega^2$ | $Z,\ \Omega^3$ | $Z,\ \Omega^1$ | $Z,\ \Omega^2$ | $Z,\ \Omega^3$ |
| 0,1 | 136,67 | 134,7143 | 134,78 | 110,61 | 109,0053 | 109,06 | 96,06 | 94,6657 | 94,718 | 66,55 | 65,5756 | 65,612 |
| 0,2 | 113,30 | 112,4978 | 112,58 | 91,61 | 90,948 | 91,020 | 79,53 | 78,9519 | 79,015 | 55,07 | 54,6559 | 54,699 |
| 0,4 | 90,948 | 90,3807 | 90,482 | 73,440 | 72,9718 | 73,054 | 63,719 | 63,3088 | 63,381 | 44,073 | 43,7853 | 43,835 |
| 0,7 | 73,340 | 72,7845 | 72,892 | 59,127 | 58,6731 | 58,761 | 51,264 | 50,8671 | 50,943 | 35,417 | 35,1407 | 35,194 |
| 1,0 | 62,228 | 61,8807 | 61,987 | 50,103 | 49,8175 | 49,904 | 43,413 | 43,1634 | 43,238 | 29,965 | 29,7903 | 29,843 |
| 2,0 | 42,391 | 42,2886 | 42,376 | 34,017 | 33,9308 | 34,001 | 29,430 | 29,35,35 | 29,415 | 20,264 | 20,2099 | 20,249 |
| 4,0 | 26,436 | 26,4489 | 26,503 | 21,132 | 21,1389 | 21,183 | 18,250 | 18,2547 | 18,282 | 12,532 | 12,5332 | 12,555 |

Pastabos: $^1$ – vertė gauta taikant baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdą; $^2$ – vertė gauta taikant momentų metodą (Urbanavičius 2006); $^3$ – vertė gauta taikant spektrinį metodą (Cheng 1991).




**4 pav.** Mikrojuostelinės linijos analizės trukmės priklausomybė nuo analizuojamos srities dydžio ir skaičiavimo būdo

**Fig. 4.** Microstrip line analysis duration dependence from analysis area size and calculation technique




**5 pav.** Mikrojuostelinės linijos apskaičiuoto charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais lentelėje, kai $W\,/\,h = 4$

**Fig. 5.** Microstrip lines calculated characteristic impedance relative difference to the values given in table, when $W\,/\,h = 4$

Charakteringojo impedanso skaičiavimo trukmės priklausomybės nuo analizuojamos srities dydžio iteraciniu ir susietųjų matricų būdu pateiktos 4 pav. Šio paveikslo kreivės rodo, kad, kai nagrinėjama sritis gana maža (mūsų atveju analizuojamos srities kraštinė $< 150$ tinklelio žingsnių), skaičiavimai vyksta pakankamai sparčiai (mažiau 5 s taikant susietųjų matricų būdą ir mažiau 6 minučių taikant iteracinį būdą (PC suderinamas kompiuteris, CPĮ taktinis dažnis – 2 GHz, pagrindinės atminties talpa – 4 GB, operacinė sistema – MS Windows XP). Nagrinėjamai sričiai didėjant, skaičiavimo trukmė taip pat smarkiai didėja ir gali trukti dešimtis sekundžių taikant susietųjų matricų būdą bei dešimtis minučių taikant iteracinį būdą. Susietųjų matricų būdu apskaičiuotų charakteringųjų impedansų verčių ir pateiktų lentelėje santykinis skirtumas pavaizduotas 5 pav. Analizuojant šio paveikslo kreives matyti, kad, kai nagrinėjama sritis maža (mūsų atveju analizuojamos srities kraštinė $< 150$ tinklelio žingsnių), charakteringojo impedanso dydžiui didelę įtaką daro arti esantis ekranas ir santykinis skirtumas su lentelėje pateikiamomis vertėmis šiuo atveju viršija 10 %. Tolstant ekranui charakteringojo impedanso vertė artėja prie atviros mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso vertės. Tarkime, kai analizuojamos srities kraštinė didesnė už 200 (žr. 5 pav.), charakteringojo impedanso vertė, apskaičiuota pagal baigtinių skirtumų metodą, taikant susietųjų matricų būdą, skiriasi nuo apskaičiuotų kitais metodais mažiau nei 2 % nepriklausomai nuo pagrindo dielektrinės skvarbos $\varepsilon_r$. Taigi derinant baigtinių skirtumų metodą ir susietųjų matricų skaičiavimo būdą galima kurti tikslius ir sparčius matematinius modelius mikrojuostelinių struktūrų elektrinėms charakteristikoms apskaičiuoti.

## Išvados

1. Straipsnyje išanalizuota galimybė taikyti susietųjų matricų skaičiavimo būdą kuriant mikrojuostelinių struktūrų modelius baigtinių skirtumų metodu.

2. Baigtinių skirtumų metodo ir susietųjų matricų būdo derinys taikytinas ne tik pavienės mikrojuostelinės perdavimo linijos analizei, bet ir mikrojuostelinių susietųjų ar daugialaidžių linijų elektrinėms charakteristikoms apskaičiuoti.

3. Mikrojuostelinės perdavimo linijos charakteringojo impedanso skaičiavimai taikant susietųjų matricų būdą vyksta žymiai sparčiau nei taikant iteracinį skaičiavimo būdą – daugiau nei 60 kartų, esant tai pačiai kompiuterio konfigūracijai (PC suderinamas kompiuteris, CPĮ taktinis dažnis – 2 GHz, pagrindinės atminties talpa – 4 GB, operacinė sistema – MS Windows XP).

4. Susietųjų matricų būdu analizės rezultatas gaunamas iš karto išsprendus tiesinių lygčių sistemą. Taikant iteracinį metodą artėjama prie tikrosios vertės didėjant iteracijų skaičiui.

5. Iteracinio skaičiavimo būdo tikslumas ir skaičiavimo trukmė priklauso nuo nustatytos paklaidos. Tarkime, sumažinus skaičiavimo paklaidą, esant $150 \times 150$ analizuojamos srities dydžiui, nuo $10^{-7}$ iki $10^{-8}$ skaičiavimo trukmė padidėja 1,5 kartų.

6. Mikrojuostelinės perdavimo linijos charakteringasis impedansas, apskaičiuotas taikant baigtinių skirtumų metodą, taikant susietųjų matricų būdą, skiriasi nuo literatūroje skelbiamų apskaičiuotų kitais metodais verčių, mažiau nei 1,5 %.

## Padėkos

Dėkoju doc. dr. Vytautui Urbanavičiui už pagalbą rengiant straipsnį.

## Literatūra

Booton, R. C. 1992. *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*. New York.

Cheng, K. K. M.; Everard, J. K. A. 1991. Accurate formulas for efficient calculation of the characteristic impedance of microstrip line, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques* 39(9): 1658–1661. doi:10.1109/22.83844

Garg, R.; Bahl, I.; Bhartia, P.; Gupta, K. C. 1996. *Microstrip Lines and Slotlines*. London.

Nguyen, C. 2000. *Analysis Methods for RF, Microwave, and Millimeter-Wave Planar Transmission Line Structures*. New York.

Sadiku, Ph. D.; Matthew, N. O. 2001. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. New York.

Sayre, C. W. 2008. *Complete Wireless Design*. New York.

Thom, A.; Apelt, C. J. 1961. *Field Computations in Engineering and Physics*. London.

Urbanavičius, V.; Martavičius, R. 2006. Model of the microstrip line with a non-uniform dielectric, *Electronics and Electrical Engineering* 6(67): 55–60.

Williams, D. F.; Arz, U.; Grabinski, H. 1998. Accurate characteristic impedance measurement on silicon, in *Microwave Symposium Digest, 1998 IEEE MTT-S International,* 3(7–12): 1917–1920. doi:10.1109/MWSYM.1998.700955

## INVESTIGATION OF CALCULATION TECHNIQUES OF FINITE DIFFERENCE METHOD

**A. Krukonis**

Abstract

Finite difference method used for microstrip transmission line analysis is considered in this article. Paper mainly deals with iterative and bound matrix calculation techniques of finite difference method. Mathematical model for microstrip transmission line electrical potential calculations using both techniques is described. Results of characteristic impedance calculation using iterative and bound matrix techniques are presented and analyzed.

**Keywords:** microstrip transmission line, finite difference method, iterative calculation technique, bound matrix calculation technique, electrical potential distribution, characteristic impedance.