Statyba

ISSN: 1392-1525 (Print) (Online) Journal homepage: https://www.tandfonline.com/loi/tcem19

KOMBINUOTŲJŲ STOGO KONSTRUKCIJŲ LENKIAMOJO STRYPO RACIONALUS PROJEKTAVIMAS

A. Juozapaitis & A. Juozapaitis

KOMBINUOTŲJŲ STOGO KONSTRUKCIJŲ LENKIAMOJO STRYPO RACIONALUS PROJEKTAVIMAS

A. Juozapaitis

1. Įvadas

Kombinuotosios konstrukcijos yra plačiai vartojamos stogų denginiuose ir pasižymi didele geometrinių formų įvairove [1, 2]. Visų šių konstrukcijų pagrindinis sudaromasis ir laikantysis elementas yra strypas, turintis lenkiamąjį standumą. Paremtas lanksčių tempiamųjų diskretiškai išdėstytų palaikančiųjų strypų ir tiesiogiai veikiamas apkrovos šis pagrindinis elementas yra netiesiškai deformuojamas ir elgiasi kaip gniuždomasis-lenkiamasis arba tempiamasis-lenkiamasis nekarpytasis strypas. Pagrindinis sudaromasis elementas lemia ne tik visos kombinuotosios konstrukcijos patikimumą, bet ir ekonomiškumą. Šio elemento masė sudaro apie 55-70% visos konstrukcijos masės. Neretai siūloma kombinuotųjų konstrukcijų racionalius parametrus skaičiuoti neatsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą [3, 4]. Dažniausiai aptariamos kombinuotosios konstrukcijos su nekarpytuoju pagrindiniu laikančiuoju elementu [3].

Straipsnyje aptariamas nekarpytojo pagrindinio laikančiojo elemento racionalių parametrų skaičiavimas, atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą. Pateikiamas konstrukcinis sprendimas su karpytuoju pagrindiniu elementu, aptariami jo racionalių parametrų skaičiavimas bei lyginamoji analizė su nekarpytuoju pagrindiniu elementu.

2. Pagrindinio nekarpytojo elemento racionalūs parametrai

Praktikoje dažniausiai vartojamos kombinuotosios konstrukcijos su tiesiu nekarpytuoju pagrindiniu laikančiuoju elementu, kurio skerspjūvis yra vienodo aukščio (h_c = const). Toks nekarpytasis tolygiai paskirstytos apkrovos p = const lenkiamasis elementas laikomas racionaliai suprojektuotu, t.y. turinčiu mažiausią masę, jei yra tenkinama sąlyga (žr. 1 pav.):

$$M_m = M_v, \tag{1}$$

kur M_m ir M_v - nekarpytojo strypo lenkimo momentai tarpatramių viduryje ir ties tarpinėmis atramomis.

Sąlyga (1) gali būti tenkinama (kai p = const) tik tuo atveju, jei tarpinės atramos yra tampriai paslankios. Nekarpytojo elemento racionaliu parametru laikysime lenkiamąjį momentą $M_{rac} = M_m = M_v$. Kiti priklausomi racionalūs parametrai bus tarpinių atramų reakcijos F_v ir jų tamprieji poslinkiai δ_{vi}.

2.1. Racionalių parametrų skaičiavimas neatsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą

Minėtame [3] darbe pateiktas kombinuotųjų konstrukcijų pagrindinio elemento racionalių parametrų skaičiavimas, neatsižvelgiant į ašinės gniuždančiosios N_c (arba tempiamosios N_t) jėgos įtaką:

$$M_{rac} = \frac{pL^2}{8\left(1+n\sqrt{2}\right)^2}, \tag{2}$$

$$F_{v,rac} = \frac{pL\sqrt{2}}{1+n\sqrt{2}}, \tag{3}$$

$$l_1 = \frac{L\left(1+\sqrt{2}\right)}{2\left(1+n\sqrt{2}\right)}, \tag{4}$$

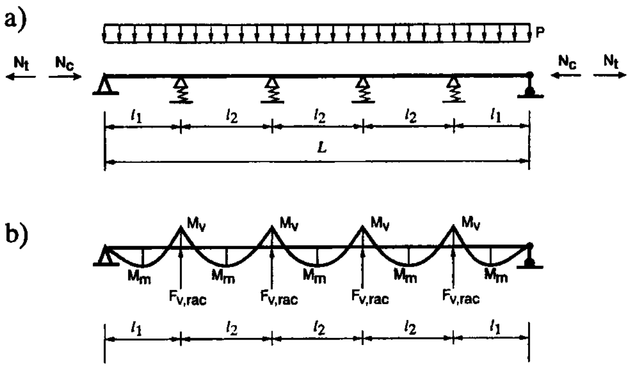
$$l_2 = \frac{L\sqrt{2}}{1+n\sqrt{2}}, \tag{5}$$

čia l_1 ir l_2 - kraštiniai ir viduriniai nekarpytojo strypo tarpatramiai (žr. 1 pav.); n - tarpinių atramų skaičius.

Jei $n = 1$, bus įrengta viena tarpinė atrama ($l_2 = 0$) ir racionalaus momento M_{rac} bei atitinkamos atraminės reakcijos $F_{v,rac}$ didumai bus skaičiuojami [1, 5]:

$$M_{rac} = \frac{pL^2}{8\left(1+\sqrt{2}\right)^2} = pl_1^2\left(\frac{3}{2}-\sqrt{2}\right),$$

$$F_{v,rac} = \frac{pL\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = 2pl_1\left(2-\sqrt{2}\right).$$



1 pav. Pagrindinio nekarpytojo elemento skaičiuojamoji schema (a) ir racionalaus momentų pasiskirstymo diagrama (b)

Fig. 1. Free-body diagram of main continuous member (a) and rational moment distribution diagram (b)

[3] darbe nėra aptartas vidurinės atramos poslinkis $\delta_{v,rac}$, lemiantis racionalų lenkimo momentų pasiskirstymą. Pateiksime formulę be išvedimo šiam dydžiui apskaičiuoti:

$$\delta_{v,rac} = \frac{pl_1^4}{3EI}\left(\sqrt{2} - \frac{11}{6}\right). \qquad (6)$$

Racionalus poslinkis $\delta_{v,rac}$ yra svarbus parametras ne tik pagrindiniam elementui, bet ir jį paremiantiems lankstiesiems strypams, nes parodo, kiek turi deformuotis pastarieji, kad būtų tenkinama (1) sąlyga. Kintant pagrindinio elemento lenkiamajam standumui EJ, keisis ir racionalaus poslinkio didumas $\delta_{v,rac}$.

2.2. Racionalių parametrų skaičiavimas atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą

Kaip minėjome, pagrindinis elementas yra gniuždomasis-lenkiamasis arba tempiamasis-lenkiamasis strypas, ir jo racionalūs parametrai turi būti skaičiuojami atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą. Aptarsime atvejį, kai $n = 1$, o $l_1 = L/2$.

Gniuždomojo-lenkiamojo strypo racionalūs parametrai

Jei pagrindinis elementas kombinuotojoje konstrukcijoje bus veikiamas gniuždančiosios ašinės jėgos N_c, jo racionalūs parametrai skaičiuojami pagal (7)-(11) formules:

$$M_{rac,c} = F_{v,rac}\frac{L}{2} - \frac{pL^2}{8} - \delta_{v,rac}\cdot N_c\,, \qquad (7)$$

$$F_{v,rac} = pL\cdot\varphi_1(kL)\,, \qquad (8)$$

$$\delta_{v,rac} = \frac{pL^4}{16EI}\varphi_2(kL)\,, \qquad (9)$$

kur

$$\varphi_1(kL) = \frac{1 - 2\cos\frac{kL}{2} + \sin\frac{kL}{2}\cdot\sin kx + \cos\frac{kL}{2}\cdot\cos kx}{kL\left(\sin\frac{kL}{2} + \sin kx\right)} \qquad (10)$$

$$\varphi_2(kL) = \frac{\left[\dfrac{1}{\cos\frac{kL}{2}} - \dfrac{k^2L^2}{8} - 1 - F_{v,rac}\left(tg\dfrac{kL}{2} - \dfrac{kL}{2}\right)\dfrac{kL}{pL}\right]}{k^4L^4};(11)$$

$kL = L\sqrt{\dfrac{N_c}{EI}}$ - gniuždomojo-lenkiamojo strypo liaunumo parametras.

Iš (7)...(11) formulių matome, kad racionalūs parametrai netiesiškai priklauso nuo gniuždančios ašinės jėgos. Pastarosios įtaka proporcinga strypo liaunumo parametrui kL.

Tempiamojo-lenkiamojo strypo racionalūs parametrai

Veikiant ašinei tempiančiajai jėgai N_t, pagrindinio elemento racionalūs parametrai skaičiuojami taip:

$$M_{rac,t} = F^*_{v,rac}\frac{L}{2} - \frac{pL^2}{8} + \delta^*_{v,rac}\cdot N\,, \qquad (12)$$

$$F^*_{v,rac} = pL\cdot\varphi_3(kL)\,, \qquad (13)$$

$$\delta^*_{v,rac} = \frac{pL^4}{16EI}\varphi_4(kL), \qquad (14)$$

kur

$$\varphi_3(kL) = \frac{2ch\frac{kL}{2} + sh\frac{kL}{2}\cdot shkx - ch\frac{kL}{2}\cdot chkx - 1}{kL\left(sh\frac{kL}{2} + shkx\right)}\,, \qquad (15)$$

$$\varphi_4(kL) = \frac{\left[\dfrac{1}{ch\frac{kL}{2}} + \dfrac{k^2L^2}{8} - 1 - F_{v,rac}\left(\dfrac{kL}{2} - th\dfrac{kL}{2}\right)\dfrac{kL}{pL}\right]}{k^4L^4},(16)$$

$$kL = L\sqrt{\frac{N_t}{EI}}.$$

Tempiančioji ašinė jėga N_t mažina racionalųjį lenkimo momentą $M_{rac,t}$ ir atraminę reakciją $F^*_{v,rac}$, o gniuždančioji jėga minėtus parametrus didina.

2.3. Geometriškai tiesinio ir netiesinio racionalių parametrų skaičiavimų sugretinimas

Kaip matome iš (6)-(7) formulių, lenkiamieji momentai $M_{rac,c}$ ir $M_{rac,t}$ netiesiškai priklauso nuo liaunumo parametro kL, ir jų pasiskirstymo kreivė nėra kvadratinė parabolė.

Pasitelkdami skaitinį eksperimentą sugretinsime geometriškai tiesinio ir netiesinio racionalių parametrų skaičiavimus. 2 paveiksle pateiktos gniuždomojo-lenkiamojo ir tempiamojo-lenkiamojo strypų lyginamųjų racionalių parametrų ΔM_{rac} (%), $\Delta F_{v,rac}$ (%) ir $\Delta\delta_{v,rac}$ (%) priklausomybės nuo kL.

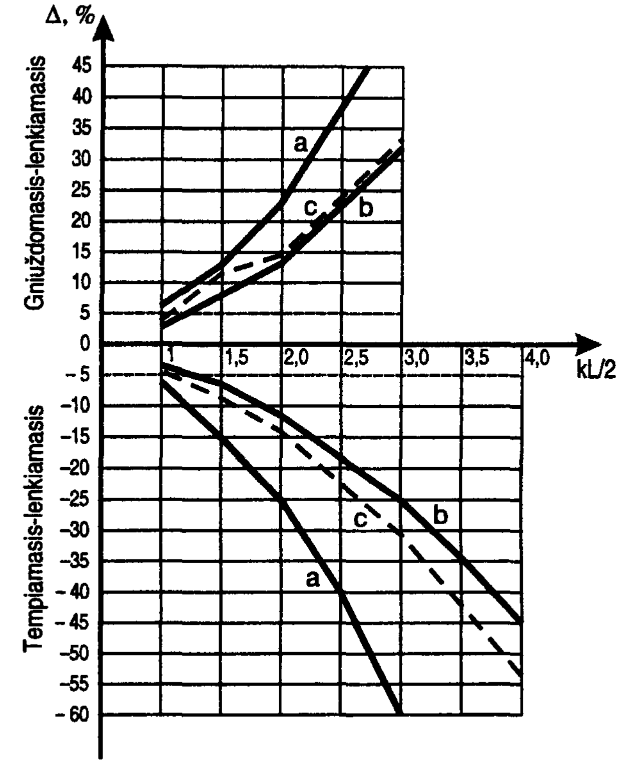
Veikiant gniuždančiajai jėgai N_c ir kintant parametrui kL nuo 1,0 iki 3,0, netiesinio skaičiavimo racionalus lenkimo momentas $M_{rac,c}$ yra didesnis už tiesinio skaičiavimo analogišką parametrą. Didėjant kL skirtumas ΔM_{rac} auga netiesiškai. Kai $kL = 1{,}5$, $\Delta M_{rac} = 12{,}5\%$, o kai $kL = 2{,}5$, $\Delta M_{rac} = 38\%$. Kintant kL analogiškai didėja ir lyginamųjų atraminių reakcijų $\Delta F_{v,rac}$ ir lyginamųjų atramų poslinkių $\Delta\delta_{v,rac}$ reikšmės. Esant $kL = 1{,}5$, $\Delta F_{v,rac} = 11\%$, o $\Delta\delta_{v,rac} = 8\%$, esant $kL = 3{,}0$, $\Delta F_{v,rac} = 3\%$, o $\Delta\delta_{v,rac} = 32\%$.

Veikiant tempiančiajai jėgai N_t, netiesinio skaičiavimo racionalūs parametrai visame kL kitimo diapazone yra mažesni už tiesinio skaičiavimo racionaliuosius parametrus. Kai $kL = 3{,}0$, $\Delta M_{rac} = -59\%$.

Išanalizavę gautus rezultatus galime teigti, jog kombinuotųjų konstrukcijų tiek gniuždomojo-lenkiamojo, tiek tempiamojo-lenkiamojo strypų racionalius parametrus būtina skaičiuoti atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą. Tiesinis minėtų parametrų skaičiavimas pateisinamas tik galiojant apribojimui $kL \le 1{,}0$.

3. Pagrindinio karpytojo elemento racionalūs parametrai

Nekarpytųjų pagrindinių elementų kombinuotosios konstrukcijos, turėdamos nemažai pranašumų, turi ir trūkumų. Jos yra statiškai neišsprendžiamos ir didėjant pagrindinio elemento tarpinių atramų skaičiui n racionalių parametrų skaičiavimas, atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą, yra sudėtingas ir darbo



2 pav. Gniuždomojo-lenkiamojo ir tempiamojo-lenkiamojo pagrindinių elementų tiesinio ir netiesinio skaičiavimų lyginamieji racionalūs parametrai: a - momentų, b - atraminių reakcijų, c - atramų poslinkių

Fig. 2. Comparative rational parameters of linear and nonlinear calculation of main members subjected to compression-bending and tension-bending. a - moment; b - supporting reactions; c - displacements of supports

imlus. Racionalių lenkiamųjų momentų pasiskirstymas priklauso nuo tarpinių atramų poslinkių, o kartu ir nuo diskretiškai prijungtų palaikančiųjų tempiamųjų lanksčių strypų deformacijų. Nežymiai pakitus sudaromųjų elementų standumų santykiui, ženkliai kinta kombinuotosios konstrukcijos įtempių-deformacijų būvis.

Be to, kai $n > 1{,}0$, kraštinių ir tarpinių tarpmazgių ilgiai yra nevienodi (žr. (4), (5) formules).

Būtų tikslinga vartoti statiškai išsprendžiamą, t.y. karpytąjį pagrindinį elementą. Jis nebūtų jautrus jį palaikančiųjų lanksčių strypų deformacijoms. Veikiant ašinei gniuždančiajai ar tempiančiajai jėgoms yra įmanomas šiuo atveju racionalus lenkiamojo momento pasiskirstymas, t.y. galime tenkinti (1) sąlygą. Būtina, kad minėtos jėgos veiktų pagrindinį elementą ekscentriškai, sukeldamos atramose reikiamo ženklo ir didumo lenkimo momentus.

Gniuždomojo-lenkiamojo strypo racionalūs parametrai

Jei pagrindinis karpytasis elementas yra veikiamas gniuždančiosios jėgos N_c, tai racionalus momentas bus apskaičiuojamas pagal (17) formulę:

$$M_{rac,c} = \frac{pl^2}{k^2 l^2} \frac{\left(1-\cos\frac{kl}{2}\right)}{\left(1+\cos\frac{kl}{2}\right)}, \tag{17}$$

$$e_{rac,c} = \frac{M_{rac,c}}{N_c} = \varphi_5(kl_c), \tag{18}$$

$$F_v = pl, \tag{19}$$

$$kl_v = l\sqrt{\frac{N_c}{EI}}; \quad l = \frac{L}{n}. \tag{20}$$

Jei gniuždančioji jėga N_c pridėta su racionaliu ekscentricitetu, gausime racionalų momentų pasiskirstymą tarpmazgio ilgyje l. Absoliutus $M_{rac,c}$ didumas priklausys nuo apkrovos p ir liaunumo parametro kl. Tarpinių atraminių reakcijų F_v didumas nepriklauso nuo jėgos N_c.

Tempiamojo-lenkiamojo strypo racionalūs parametrai

Veikiant ašinei tempiančiajai jėgai N_t, karpytojo pagrindinio elemento racionalūs parametrai skaičiuojami taip:

$$M_{rac,t} = \frac{pl^2}{k^2 l^2} \cdot \frac{\left(ch\frac{kl}{2}-1\right)}{\left(ch\frac{kl}{2}+1\right)}, \tag{21}$$

$$e_{rac,t} = M_{rac,t} / N_t = \varphi_6(kl), \tag{22}$$

$$kl = l\sqrt{\frac{N_t}{EI}}.$$

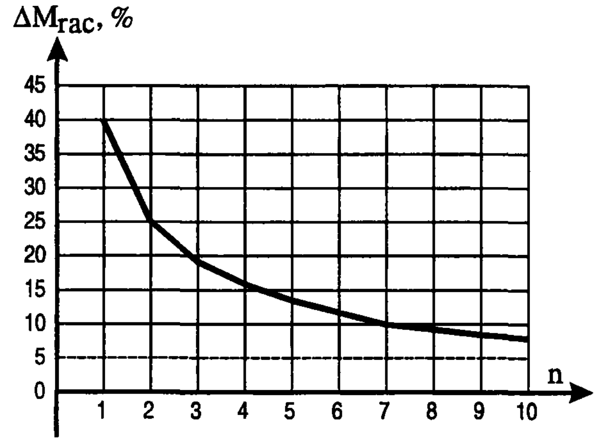
Iš (17)-(22) formulių matome, kad racionalius parametrus galime apskaičiuoti atsižvelgdami į ašinės jėgos įtaką, t.y. į geometrinį netiesiškumą. Formulės kompaktiškos, nesudėtingos ir tinka esant bet kokiam $n > 1$.

Akivaizdu, kad didėjant ašinei jėgai N_c (N_t), mažėja racionalus ekscentricitetas $e_{rac,c}$ ($e_{rac,t}$).

4. Karpytojo ir nekarpytojo pagrindinių strypų racionalių parametrų sugretinimas

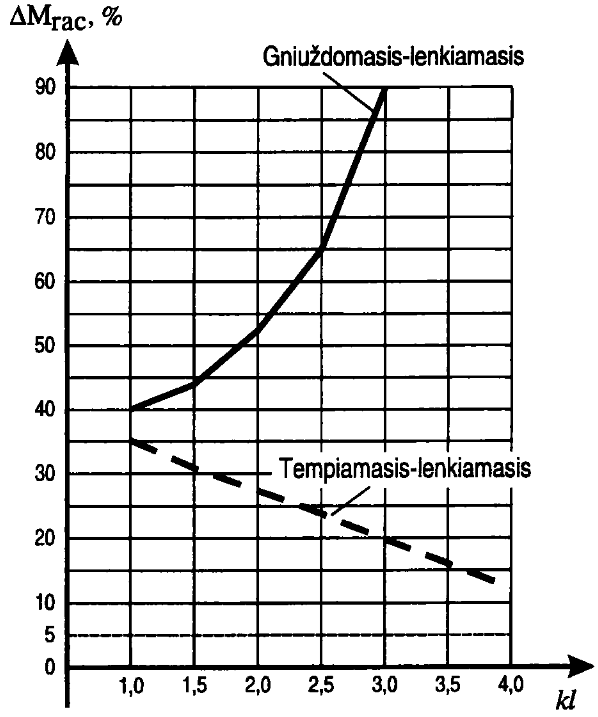
Įžvelgdami pagrindinio karpytojo strypo elgsenos privalumus palyginti su nekarpytuoju strypu, sugretinsime jų racionalius lenkimo momentus. 3 paveiksle pateiktas karpytojo ir nekarpytojo pagrindinių elementų lyginamųjų lenkimo momentų grafikas, atsižvelgiant į tarpinių atramų skaičių. Abiejų strypų liaunumo parametrai lygūs: $kL/2 = kl = 1$. Iš pateikto grafiko matyti, kad didžiausią pranašumą karpytasis strypas pasiekia tada, kai yra viena tarpinė atrama ($n=1$). Tada lyginamasis lenkimo momentas $\Delta M_{rac,c} = 39\%$. Didėjant atramų skaičiui n nekarpytojo pagrindinio elemento pranašumas mažėja, ir esant $n \geq 9$ $\Delta M_{rac} \approx 7{,}5\%$.

4 paveiksle pateiktas karpytojo ir nekarpytojo elementų lyginamųjų lenkimo momentų grafikas, kai $n = 1$, o kl kinta nuo 1 iki 4. Veikiant gniuždančiajai jėgai N_c, karpytasis pagrindinis elementas yra pranašesnis pagal minėtą kriterijų ($\Delta M_{rac,c}$) už nekarpytąjį elementą. Kai $kl = 1$, $\Delta M_{rac,c} = 39\%$, o kai $kl = 3{,}0$, tai $\Delta M_{rac,c} = 69\%$. Veikiant tempiančiajai jėgai lyginamųjų racionalių lenkimo momentų pasiskirstymo pobūdis kitoks. Didėjant kl - $\Delta M_{rac,t}$ mažėja. Ši priklausomybė yra beveik tiesinė. Prie $kl = 1$, $\Delta M_{rac,t} \approx 34\%$, o kai $kl = 4{,}0$, tai $\Delta M_{rac,t} = 13\%$.



3 pav. Karpytojo ir nekarpytojo pagrindinio elemento lyginamieji lenkimo momentai $\Delta M_{rac,c}$ atsižvelgiant į tarpinių atramų skaičių n

Fig. 3. Comparative bending moments of continuous and non-continuous main members due to variation of a member (n) of intermediate supports



4 pav. Karpytojo ir nekarpytojo pagrindinio elemento lyginamieji lenkimo momentai atsižvelgiant į liaunumo parametrą *kl* (kai $n = 1$)

Fig. 4. Comparative bending moments of continuous and non-continuous main members due to variation of parameter *kl* with assumed $n = 1$

5. Išvados

1. Kombinuotųjų konstrukcijų pagrindinius racionalius parametrus būtina skaičiuoti atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą. Veikiant gniuždančiajai jėgai tiesinio skaičiavimo racionalūs parametrai yra visame liaunumo parametro kitimo diapazone (kl = 1,0-3,0) mažesni, o veikiant tempiančiajai jėgai - didesni už netiesinio skaičiavimo racionalius parametrus. Tiesinis minėtų parametrų skaičiavimas pateisinamas tik galiojant apribojimui $kl \leq 1{,}0$.

2. Greta nekarpytųjų pagrindinių elementų kombinuotosiose konstrukcijose būtų tikslinga vartoti ir karpytuosius. Pastarieji nėra jautrūs lanksčių palaikančiųjų strypų deformacijoms ir juose įmanoma racionaliai paskirstyti lenkimo momentus, pridedant ekscentriškai veikiančią ašinę jėgą. Karpytieji pagrindiniai elementai yra akivaizdžiai pranašesni už nekarpytuosius, kai tarpinių atramų skaičius $n \leq 6$.

Literatūra

1. Н. Кирсанов. Висячие покрытия производственных зданий. Москва: Стройиздат, 1990. 126 с.
2. А.Трущев. Пространственные металлические конструкции. Москва: Стройиздат, 1983. 215 с.
3. В.В.Трофимович, В.А. Пермяков. Оптимальное проектирование металлических конструкций. Киев: Быдівельник, 1981. 136 с.
4. Н. Абовский и др. Регулирование. Синтез. Оптимизация. Москва: Стройиздат, 1993. 456 с.
5. A. Juozapaitis. Gniuždomo lenkiamo elemento elgsena kombinuotose konstrukcijose ir skaičiavimas // 3-osios tarptautinės konferencijos "Naujos statybinės medžiagos, konstrukcijos ir technologijos" straipsniai. V.: Technika, 1993, p. 188-193.

Įteikta 1996 11 15

RATIONAL DESIGN OF FLEXURAL ROD IN COMBINED ROOF STRUCTURES

A. Juozapaitis

Summary

The paper discusses a calculation of rational parameters of main flexural rod used in combined roof structures. Geometrical non-linearity can be discussed separately when the member is subjected either to tension or compression. It has been established that rational parameters for rods subjected to compression-bending or tension-bending have to be determined from the non-linear analysis calculation of the parameters using the slenderness parameter, i.e. when $kl \leq 1$.

Also combined roof structures with a non-continuous main member are discussed. The rational parameters were calculated from the geometrically non-linear analysis. Numerical testing has shown that the non-continuous main members of the combined structures are more effective than the continuous ones.

Algirdas JUOZAPAITIS. Researcher at Vilnius Gediminas Technical University. Research interests: suspended and combined steel structures, search for their rational forms and parameters, stress-strain state calculation taking into account the geometrical non-linearity.