

## PROBABILISTIC AND STATISTICAL METHODS FOR DESIGNING AND ANALYZING LIMIT STATES

B. Užpolevičius

**To cite this article:** B. Užpolevičius (2001) PROBABILISTIC AND STATISTICAL METHODS FOR DESIGNING AND ANALYZING LIMIT STATES, Statyba, 7:5, 413-418, DOI: [10.1080/13921525.2001.10531763](https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531763)

**To link to this article:** <https://doi.org/10.1080/13921525.2001.10531763>



Published online: 30 Jul 2012.



Submit your article to this journal 

---



Article views: 54

---

## TIKIMYBINIS IR STATISTINIS RIBINIŲ BŪVIŲ PROJEKTAVIMO IR ANALIZĖS METODAI

### B. Užpolevičius

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

#### 1. Įvadas

Darbuose [1, 2] buvo suformuluotas teiginys, kad racionali ribinio būvio tikimybė  $\alpha$ , arba patikimumas<sup>\*)</sup>  $P = 1 - \alpha$ , numatytam laikotarpiui yra *būsimų* statinio elementų (tarp jų pagrindų, konstrukcijų ir struktūrų) projektavimo ir *esamų* elementų bandymo ir vertinimo kriterijus. Terminu *racionali* apibrėžiama ekonominiu ir socialiniu požiūriu pagrįsta ribinio būvio tikimybė  $\alpha$ . Nesant tinkamesnių  $\alpha$  reikšmių, jas gali pakeisti projektavimo normose reglamentuojamos ribinio būvio viršijimo tikimybės – *normuotos*  $\alpha_n$  reikšmės [1, 2]. Normuotą  $\alpha_n$  reikšmę nustatymas dažnai vadinamas normą *kalibravimu*, kuris atliekamas taikant tikimybinio skaičiavimo teorinį modelį.  $\alpha$  kriterijaus teorinės analizės adekvataus modelio kūrimas svarbus dar ir todėl, kad ribiniams būviui projektuoti taikomas dalinių koeficientų (DK) metodas laiduoja reikiamas  $\alpha_n$  reikšmes su didele paklaida [4], ir taikant DK metodą negalima efektyviai taikyti minėto  $\alpha$  kriterijaus.

Be tinkamo *tikimybinės analizės modelio* sukūrimo uždavinio, svarbus ir su juo susijęs  $\alpha$  kriterijaus praktinio taikymo uždavinys – skirtiniems statiniams ir jų elementams atitinkamą *racionalių*  $\alpha$  reikšmę nustatymas, ypač – racionalias žmonių rizikos statinyje reglamentavimas. Šis uždavinys vadinamas  $\alpha$  reikšmę *diferenciacija*.

#### 2. Tikimybinio skaičiavimo adekvatus modelis

Didžiausia problema taikant tikimybinius skaičiavimus yra ta, kad apskaičiuotos  $\alpha_{n,cal}$  reikšmės, nustatytos *kalibruijant* normas žinomais tikimybinės analizės metodais, skiriasi nuo tikrujų  $\alpha_{n,obs}$  reikšmių, nu-

statytų pagal ribinių būvių dažnio statiniuose, suprojektuotose pagal šias normas, daugiaumečių statistinių stebėjimų duomenis. Apibendrinus įvairių šalių autorių  $\alpha_{n,cal}$  ir  $\alpha_{n,obs}$  reikšmių palyginimo duomenis [4], nustatyta, kad vidutiniškai  $\alpha_{n,obs} \approx 10\alpha_{n,cal}$ . Tai atitinka vidutinius normų *kalibravimo* ir statinių, suprojektuotų pagal SNiP, daugiametės jų eksplotacijos metu ribinių būvių statistinių stebėjimų Lietuvoje duomenis. Taikant išprastinius teorinius modelius,  $\alpha_{n,cal}$  skaičiavimams būdinga didelė sistemingoji paklaida. Analizė [2] parodė, kad taikant adekvatų tikimybinės analizės modelį būtina atsižvelgti į svarbius neapibrėžtumus, kurių svarbiausios priežastys yra šios atsparumo atsargos analizės paklaidos, atsiradusios dėl:

- 1) nepastebėtų klaidų esant neefektyviai kontrolei projektuojant, statant ar gaminant surenkamuosius elementus bei eksplotuojant statinius;
- 2) normose pasirinktos netinkamos patikimumo diferenciacijos įvairios svarbos statinio elementams;
- 3) normose siekiamo patikimumo laidavimo netikslo taikant DK, tikimybinį ar kitą metodą;
- 4) netikslaus sistemos, susidedančių iš daugelio elementų, patikimumo nustatymo;
- 5) netikslaus apkrovos proceso ir mastelio veikinių nustatymo skaičiuojant statinio elementų atsparumą ir poveikius;
- 6) netikslaus atsitiktinių dydžių  $X_i, i = \overline{1, n}$  pagal (3) tikimybių rodiklių nustatymo.

Analizė parodė, kad dėl išvardytų priežasčių bendrai atsparumo atsargos  $Z$  neapibrėžtumą tikslina modeliuoti normaliojo skirtinio atsitiktine paklaida  $\Delta Z$ , kurios vidurkis  $\mu_{\Delta Z} = 0$  ir vidutinė kvadratinė paklaida  $\sigma_{\Delta Z} = 4,7\mu_Z / \beta_{n,cal}^{2,5}$ , t. y.

<sup>\*)</sup> Standarte [3] patikimumas apibrėžiamas kaip kompleksinė savybė, apibūdinama negendamumu, ilgaamžiškumu, išliekamumu ir remontuojamumu. Šiame straipsnyje ribinio būvio neviršijimo, t. y. *negendamumo* tikimybė pagal mokslinėse publikacijose išigalėjusią tradiciją vadinama bendriniu terminu – *patikimumu*.

$$\Delta Z \in N\left[0; \left(4.7\mu_Z / \beta_{n,cal}^{2.5}\right)^2\right], \quad (1)$$

$\mu_Z$  – atsparumo atsargos  $Z$  vidurkis;  
 $\beta_{n,cal} = \Phi^{-1}(\alpha_{n,cal})$  – patikimumo indeksas (t. y. atvirkštinės Laplaso-Gauso funkcijos  $\Phi^{-1}(...)$  parametras) reikšmė, nustatyta išprastai kalibruojant normas, t. y. apskaičiuota nepaisant  $\Delta Z$  neapibrėžtumo (laikant, kad  $\sigma_{\Delta Z} = 0$ ).

Toks teorinės tikimybinės analizės modelis, pako-reguotas atsižvelgiant į minėtasių priežastis, detaliai aprašomas 4 šio straipsnio skirsnyje. Siūlomas modelis leido pasiekti gero  $\alpha_{n,cal}$  ir  $\alpha_{n,obs}$  bei jas atitinkančių  $\beta_{n,cal}$  ir  $\beta_{n,obs}$  reikšmių atitikimą saugos ribinių būvių reikšmių būdingame  $2 < \beta_{obs} < 4$  intervale, t. y. leido išvengti teorinio skaičiavimo sisteminių paklaidų. Modelis buvo taikytas ne tik normuotoms  $\alpha_n$  reikšmėms nustatyti (normų kalibravimui), bet ir  $\alpha_n$  reikšmių diferenciacijai atlkti. Be to, siūlomas modelis tapo tiek projektuojamų, tiek ir bandomų statinio elementų tikimybių skaičiavimų pagrindu.

### 3. $\alpha$ reikšmių diferenciacija

Sprendžiant įvairios svarbos statinių ir jų elementų  $\alpha$  reikšmių diferenciacijos uždavinį, buvo siekiama maksimaliai pasinaudoti DK metodo taikymo projekta-vimo normose patirtimi JAV, Kanadoje, buvusioje Sovietų Sajungoje ir ypač Lietuvoje. Tai buvo atliekama derinant šių šalių normose reglamentuotas  $\alpha_n$  reikšmes su ribinių būvių tikimybės optimizacijos naujausiais sprendiniais. Siekiant teorinės optimizacijos  $\alpha_{opt}$  sprendinius maksimaliai priartinti prie tikrųjų  $\alpha$  sprendinių,  $\alpha_{opt}$  reikšmės buvo vidurkintos su normuotomis  $\alpha_n$  reikšmėmis (pastarosios buvo [2] aprašytu būdu ko-reguotos remiantis ilgamečiais statistiniais duomenimis). Supaprastintai ribinio būvio racionalios tikimybės  $\alpha$  ga-lutinės reikšmės buvo nustatamos taikant išraiškas:

$$\alpha = 0.5(\alpha_n + \alpha_{opt}), \quad (2)$$

kur  $\alpha_{opt} = \min[\alpha_e, \alpha_{soc}]$ ,  $\alpha_e$  – ribinio būvio tikimybė, nustatyta minimizuojant bendrąsias išlaidas, suside-dančias iš statinio elementų statybos išlaidų ir nuostolių dėl ribinių būvių eksplotacijos metu; šios bendro-sios išlaidos apskaičiuojamos, atsižvelgiant į kapitalo diskontą;  $\alpha_e$  nustatymas vadinas ekonomine optimi-zacija;  $\alpha_{soc}$  – žmonių gyvybės priimtinoji rizika, pri-

klausanti nuo šalies socialinio-ekonominio išsvystymo lygio;  $\alpha_{soc}$  nustatymas vadinas socialine optimiza-cija.

Nustačius  $\alpha$ , apskaičiuojamas patikimumo indeksas  $\beta$  taikant priklausomybę  $P = 1 - \alpha = \Phi(\beta)$ . Pažymėtina, kad čia, kaip ir anksčiau aprašytu atveju, tai-kant  $\Phi(\beta)$  funkciją būtina žinomu būdu atlkti ne pagal Gauso dėsnį (nenormaliai) pasiskirščiusių atsitikti-nių dydžių normalizaciją.

### 4. Ribinių būvių tikimybinis skaičiavimas

Būsimų statinio elementų projektavimui, esamų ele-mentų atsparumo bandymui ir vertinimui bei normų ka-libravimui buvo pasiūlytas tiesioginis tikimybinis (TT) metodas. Taikant šio metodo teorinį modelį atsižvelgia-ma į visų argumentų  $X_1, X_2, \dots, X_n$  neapibrėžtumus, turinčius įtakos atsparumo atsargos  $Z$  neapibrėžtumui. Pažymėjus atsparumą –

$$R = r(X_1, X_2, \dots, X_m),$$

poveiki –

$$E = e(X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_{n-6}),$$

atsparumo atsargos normavimo ir šio normuoto patiki-mumo laidavimo paklaidą –

$$\Delta Z = z_1(X_{n-5}, X_{n-4}, \dots, X_n),$$

atsparumo atsarga išreiškiama taip:

$$Z = R - E + \Delta Z = z(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (3)$$

Čia simboliais

$$r = r(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

$$e = e(x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{n-6}),$$

$$\Delta Z = z_1(x_{n-5}, x_{n-4}, \dots, x_n),$$

$$z = z(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

pažymėtos determinuotos priklausomybės, kurių argu-mentai ir kartu funkcijos yra atsitiktiniai dydžiai  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ir  $R, E, \Delta Z, Z$ .

(3) funkcijos argumentai yra:

$X_1, X_2, \dots, X_m$  – minimalus eksplotacijos periodo konstrukcijos medžiagos ar grunto stiprumas, šio stiprumo nustatymo paklaida, skerspjūvio geometrijos mat-menys, atsparumo  $R$  apskaičiavimo determinuoto mo-delio paklaida, elemento mastelio veiksnio įtaka stipru-mui ir t. t.;

$X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_{n-6}$  – maksimalios eksploatacijos periodo apkrovos, jų konversijos (pvz., dėl modeliavimo tolygiai išskirstytoju slėginiu) neapibrėžtumas, poveikio  $E$  apskaičiavimo modelio paklaida;

$X_{n-5}, X_{n-4}, \dots, X_n$  – šio straipsnio 2 skirsnje išvardytos atsparumo atsargos  $Z$  tikimybinės analizės paklaidos.

Darbuose [5–7] buvo parodyta, kad TT metodas yra pagrįstas tikimybių teorijoje ir matematinėje statistikoje žinomu atsitiktinių dydžių funkcijos  $Z$  pagal (3) vidurkio  $\mu_Z$  tikimybinio vertinimo uždaviniu. Poveikių – atsitiktinių procesų absoliučiųjų maksimumų  $X_{m+1}, X_{m+2}, \dots, X_{n-6}$  ir jų derinių tikimybiniai skirstinių nustatymo ypatumai aptariami [5–8] darbuose.

Atsižvelgiant į statinio konstrukcijų ir pagrindų atsparumo atsargos  $Z$  pagal (3) nustatymo ypatumus, galima irodyti, kad ribinių būvių tikimybinis skaičiavimas turi būti atliekamas, taikant lygčių sistemą:

$$\begin{cases} z(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}|A) - \beta \sigma_Z = 0, \\ \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} = [z(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}|A) - z(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_i} + \\ + \beta \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} \frac{\sigma_{X_i}^2}{\sigma_Z^2}, \dots, \mu_{X_n}|A)] \Big/ \beta \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} \frac{\sigma_{X_i}^2}{\sigma_Z^2}, \quad (4) \\ i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Čia

$$\sigma_Z = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} \sigma_{X_i} \right)^2 \right]^{0.5},$$

$\mu_{X_i}$  ir  $\sigma_{X_i}$  – normaliojo tikimybinio skirstinio nekoreliuotų atsitiktinių dydžių  $X_i, i=1, 2, \dots, n$  vidurkiai ir vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai; jeigu atsitiktiniai dydžiai  $X_i$  yra pasiskirstę nenormaliai, tai jie žinomu būdu yra normalizuojami;

$\beta$  – Gauso-Laplaso funkcijos  $\Phi(\beta)$  parametras dažnai vadinamas patikimumo indeksu;

$A$  – (3) lyties parametras, pvz., konstrukcijos skerspjūvio plotas, pamato plotas ir t. t., nustatomi projektuojant.

Jeigu kai kurie iš (3) lyties atsitiktinių dydžių  $X_i, i=1, 2, \dots, n$ , pvz.,  $X_v$  ir  $X_w$ , yra koreliuoti ir jų tarpusavio koreliacijos koeficientas yra  $\rho_{X_v, X_w}$ , tada jie pakeičiami į dekoreliuotus atsitiktinius dydžius

$X_{v,dek}$  ir  $X_{w,dek}$ , kurių vidurkiai, dispersijos ir koreliacijos koeficientas yra atitinkamai:

$$\begin{aligned} \mu_{X_{v,dek}} &= \mu_{X_v}, \\ \mu_{X_{w,dek}} &= \mu_{X_w}, \\ \sigma_{X_{v,dek}}^2 &= \sigma_{X_v}^2 \left[ 1 - \frac{\rho_{X_v, X_w} \frac{\Delta z(A)}{\Delta X_w} \sigma_{X_w}}{\frac{\Delta z(A)}{\Delta X_v} \sigma_{X_v}} \right], \\ \sigma_{X_{w,dek}}^2 &= \sigma_{X_w}^2 \left[ 1 - \frac{\rho_{X_v, X_w} \frac{\Delta z(A)}{\Delta X_v} \sigma_{X_v}}{\frac{\Delta z(A)}{\Delta X_w} \sigma_{X_w}} \right], \\ \rho_{X_{v,dek}, X_{w,dek}} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Taigi  $X_{v,dek} \in N(\mu_{X_v}; \sigma_{X_{v,dek}}^2)$  ir  $X_{w,dek} \in N(\mu_{X_w}; \sigma_{X_{w,dek}}^2)$  atsitiktiniai dydžiai traktuojami kaip nekoreliuotieji ir (4) lygčių sistema jiems taijoma tiesiogiai.

## 5. Ribinių būvių statistinis skaičiavimas

Jeigu dalies arba visų atsitiktinių dydžių  $X_i, i=1, 2, \dots, n$  tikimybiniai rodikliai  $\mu_{X_i}$ ,  $\sigma_{X_i}$  ir  $\rho_{X_v, X_w}$  yra nustatyti pagal nedidelį  $u_i < 30$  bandymų (statistinių stebėjimų)  $u_i$  skaičių, tada vietoj tikimybinių rodiklių (4) ir (5) lygtys taikomos statistikos  $m_{X_i}$ ,  $s_{X_i}$  ir  $r_{X_v, X_w}$ , o vietoj patikimumo indekso  $\beta$  – Stjudento indeksas  $t_{P,f}$ , kuris nustatomas priklausomai nuo patikimumo  $P = 1 - \alpha$  ir laisvės laipsnio  $f$ , priklausančio nuo statistinių stebėjimų  $u_i$  skaičiaus. Šiuo atveju gaujamos analogiškos (4) ir (5) lygtys, taikytinos tiesioginiams statistiniams (TS) metodui:

$$\begin{cases} z(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}|A) - t_{P,f} s_Z = 0, \\ \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} = [z(m_{X_1}, m_{X_2}, \dots, m_{X_n}|A) - z(m_{X_1}, \dots, m_{X_i} + \\ + t_{P,f} \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} \frac{s_{X_i}^2}{s_Z^2}, \dots, m_{X_n}|A)] \Big/ t_{P,f} \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} \frac{s_{X_i}^2}{s_Z^2}, \quad (6) \\ i = 1, 2, \dots, n, \\ s_Z = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\Delta z(A)}{\Delta x_i} s_{X_i} \right)^2 \right]^{0.5}. \end{cases}$$

$$m_{Xv,dek} = m_{Xv},$$

$$m_{Xw,dek} = m_{Xw},$$

$$\begin{aligned} s_{Xv,dek}^2 &= s_{Xv}^2 \left[ 1 - \frac{r_{Xv,Xw} \frac{\Delta z(A)}{\Delta X_w} s_{Xw}}{\frac{\Delta z(A)}{\Delta X_v} s_{Xv}} \right], \\ s_{Xw,dek}^2 &= s_{Xw}^2 \left[ 1 - \frac{r_{Xv,Xw} \frac{\Delta z(A)}{\Delta X_v} s_{Xv}}{\frac{\Delta z(A)}{\Delta X_w} s_{Xw}} \right], \\ r_{Xv,dek}, r_{Xw,dek} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Stjudento indekso  $t_{P,f}$  laisvės laipsnis  $f$  apskaičiuojamas, atsižvelgiant į (3) lygties argumentų (atsitiktinių dydžių  $X_i$ ), turinčių didžiausią įtaką  $f$ , laisvės laipsnius  $f_{Xi}$ . Šią įtaką rodo santykiai  $a_{Xi} = [(\Delta z(A)/\Delta x_i)s_{Xi}] / f_{Xi}$ . Apskaičiavus santykius, jie rikiuojami reikšmių  $a_{Xj}, j = 1, 2, \dots, n$  mažėjimo tvarka. Laisvės laipsnio  $f$  skaičiavimas pradedamas nuo dviejų reikšmingiausių atsitiktinių dydžių  $j = 1, 2$   $X_1$  ir  $X_2$  laisvės laipsnių dalies vertinimo. Pastaruosius atitinka du didžiausi santykiai  $a_1 = a_{X1}$  ir  $a_2 = a_{X2}$ , kurių  $f_1 = f_{X1}$  ir  $f_2 = f_{X2}$ . Tada  $f$  reikšmė apskaičiuojama taikant išraiškas:

$$\begin{cases} c = a_1 / (a_1 + a_2), \\ 1/f = c^2 / f_1 + (1-c)^2 / f_2. \end{cases} \quad (8)$$

Kitas pagal reikšmingumą atsitiktinis dydis  $j = 3$ , t. y.  $X_3$ , kurį atitinka  $a_{X3}$  ir  $f_{X3}$ , įtraukiamas tikslinant laisvės laipsnį  $f$  pagal (8), imant šiose formulėse:

$$a_1 = (a_{X1}f_{X1} + a_{X2}f_{X2})/f; \quad f_1 = f;$$

$$a_2 = a_{X3}; \quad f_2 = f_{X3}.$$

Taip laisvės laipsnis tikslinamas tol, kol atsižvelgiama į visų atsitiktinių dydžių  $X_j, j = 1, 2, \dots, n$  laisvės laipsnius  $f_{Xj}$ . Kai  $f_j \geq 30, j = 1, 2, 3$ , tada pakankamai tiksliai praktiniams skaičiavimui galima imti  $f = \infty$ .

Siekiant ekonomijos, tikslinga taip pasirinkti reikšmingiausių atsitiktinių dydžių  $X_j (X_1, X_2, X_3, \dots)$  matavimų (statistinių stebėjimų) skaičių  $u_j$ , kad juos atitinkančių pirmųjų santykiai  $a_{X1}, a_{X2}, a_{X3}, \dots$  reikšmės būtų kuo vienodesnės arba proporcingos atliekamų matavimų (arba statistinės informacijos kaupimo) kainai.

## 6. TT ir TS metodų praktinio taikymo ypatumai

Pažymėtina, kad jeigu (3) lygtis yra netiesinė, tai ir (4) bei (6) sistemos, kurios yra gautos linearizuojant (3) lygtį, yra apytikslės. Tačiau tyrimai parodė, kad ši linearizavimo paklaida dažniausiai praktikoje sutinkamais (3) lygties atvejais neviršija 1,5% ir sudaro nedidelę bei nereikšmingą bendrosios praktinio skaičiavimo paklaidos (susidarančios daugiausia dėl  $\mu_{Xi}$ ,  $\sigma_{Xi}$  ir  $\rho_{Xv, Xw}$  arba  $m_{Xi}$ ,  $s_{Xi}$  ir  $r_{Xv, Xw}$  rodiklių nustatymo pagal statistinio tyrimo duomenis paklaidų) dalę.

Statinio elementų skaičiavimo DK, tikimybinių ir statistinių metodais praktinis taikymas ir ekonominis palyginimas (konstrukcijos skerspjūvio ar pamato pado plotas  $A\%$  lyginant su apskaičiuotuoju pagal SNiP)

Practical application and economical comparison of calculation of structural members by PRF, probabilistic and statistical methods (cross-section area of structure, foundation pad base  $A\%$  in relation to that determined by SNiP codes)

Taikymo sritis	Metodas		
	DK. (SNiP)	Tikimybinis	Statistinis
1. Elementų projektavimas esant normuotai (taikant DK metodą) tikimybinių elementų aibei			
1.1. Projektuojamo parametru $A$ nustatymas taikant DK metodą	100	nenaudojamas	nenaudojamas
1.2. Parametru $A$ nustatymas taikant: – papildomą statistinę informaciją apie normuotą elementų tikimybinių aibę.	nenaudojamas	85–95	90–100
– racionalaus patikimumo $P$ diferenciaciją	nenaudojamas	85–95	90–100
1.3. Racionalaus patikimumo $P$ tikrinimas žinant $A$	nenaudojamas	naudojamas	tiesiogiai nenaudojamas
1.4. DK metodo normų reglamentuojamo patikimumo $P$ nustatymas	nenaudojamas	naudojamas	tiesiogiai nenaudojamas
2. Elementų lokaliosios tikimybinių aibės (pvz., elementų partijos) projektavimas			
2.1. Parametru $A$ nustatymas taikant: – papildomą statistinę informaciją	nenaudojamas	80–90	85–95
– racionalaus patikimumo $P$ diferenciaciją	nenaudojamas	85–95	90–100
2.2. Racionalaus patikimumo $P$ tikrinimas žinant $A$	nenaudojamas	naudojamas	tiesiogiai nenaudojamas
3. Esamus elementų lokaliosios tikimybinių aibės, pvz., partijos, reikiama arba racionalaus patikimumo $P$ tikrinimas žinant $A$	tiesiogiai nenaudojamas	naudojamas	naudojamas

Ribinių būvių TT metodas pagal (4) sistemą yra skirtas ir leidžia įprastinio projektavimo, t. y. DK metodu spręsti normuoto patikimumo statinio elementų (3) lyties parametru  $A$  nustatymo arba žinomo  $A$  parametru elementų atsparumo ribinių būvių tikimybės  $\alpha$  tikrinimo uždavinius. Be įprastinio projektavimo, TT metodas yra skiriamas:

1) DK projektavimo normų reglamentuojamoms  $\alpha_{n,obs}$  arba  $\beta_{n,obs}$  reikšmėms ir racionalioms  $\alpha$  pagal (2) (arba jas atitinkančioms  $\beta$ ) reikšmėms nustatyti;

2) esamų statinio elementų atsparumo atsargai (t. y. ribinių būvių tikimybei  $\alpha$ ) vertinti remiantis kontroliniaisiais bandymo ir tyrimų duomenimis.

Kai nepakanka ( $u_i < 30$  bandinių stebėjimų) statistinės informacijos, tada, kaip minėta, taikomas ribinių būvių TS metodas, kuriuo sprendžiami, pvz., tokie būdingi uždaviniai:

1) statinio esamų elementų (bandomų arba kontroliuojamų) atsparumo atsargos vertinimas;

2) reikiama patikimumo lokalios elementų aibės, kuri dažnai vadinama elementų partija, projektavimas [1, 8, 9].

Sprendžiant išvardytus uždavinius tiek TT, tiek TS skaičiavimas pagal (4) ir (6) sistemas atliekamas iteraciui būdu. Būtina žinoti tikimybinius rodiklius  $\mu_{X_i}$ ,  $\sigma_{X_i}$  ir  $\rho_{X_V, X_W}$  taikant TT ir atitinkamas statistikas  $m_{X_i}$ ,  $s_{X_i}$  ir  $r_{X_V, X_W}$  – taikant TS metodus. Nustatant parametrum  $A$  arba tikrinant atsparumo atsargą tiek TT, tiek TS metodais, 3 skirsnyje aprašytu būdu turi būti nustatoma racionali  $\beta$  reikšmė, kuri tikrinimo uždaviniose lyginama su TT metodu apskaičiuota  $\beta$  reikšme ir su TS metodu apskaičiuota  $t_{P,f}$  reikšme, atitinkančia racionalią  $\beta$  reikšmę.

DK normų reglamentuojamas patikimumo indeksas  $\beta_n$  gali būti nustatytas tik žinant  $\mu_{X_i}$ ,  $\sigma_{X_i}$  ir  $\rho_{X_V, X_W}$  tikimybinius rodiklius, t. y. tiktai taikant, kaip minėta, TT (4) lygių sistemą. *Struktūrų* ir jas sudarančių elementų patikimumo indekso  $\beta_n$  nustatymo ypatumai apstariami [7].

Statinio elementų skaičiavimo DK, tikimybiu ir statistiniu metodais praktinis taikymas ir ekonominis palyginimas pateikiams lentelėje.

## 7. Išvados

1. Siūlomas statinio elementų (tieka pagrindų, tiek konstrukcijų, tiek jų struktūrų) universalus ribinių bū-

vių *tiesioginis* (netaike dalinių koeficientų ir skaičiuojamų reikšmių) tikimybinis ir statistinis skaičiavimo metodas (TSM). Siūlomo metodo esmė yra ta, kad yra perimama dalinių koeficientų metodo ribinių būvių viršijimo tikimybės  $\alpha$  reglamentavimo patirtis, tačiau nuo šio metodo TSM skiriasi iš esmės. TSM, naudojant žinomą tikimybę teorijos ir matematinės statistikos sukurta analizės matematinį aparatą, atskleidžia ir formalizuojat ribinių būvių projektavimo ir bandomųjų elementų  $\alpha$  vertinimo iki šiol neišaiškintą tikimybė-statistinę prigimtį, be to, turi svarbių pranašumų, iš kurių vienas yra tas, kad išplečiama sprendžiamų inžinerinių klausimų sritis. TSM gali būti taikomas, pvz., šiemis uždaviniamis spręsti:

a) reikiama, pvz., ekonominiu-socialiniu atžvilgiu racionalaus patikimumo statinio elementui projektuoti;

b) esamų elementų kontrolei, bandymui ir jų atsparumo atsargai vertinti;

c) esamų projektavimo normų reglamentuojamų elementų patikimumui nustatyti.

2. TSM leidžia operatyviai panaudoti šiuolaikinius patikimumo ekonominės-socialinės optimizacijos sprendinius ir sukauptą papildomą statistinę informaciją apie (3) priklausomybės argumentus, o tai suteikia galimybę ekonomiškai projektuoti ir racionaliai vertinti bandomus statinio elementus.

3. Praktiniam TSM pritaikymui buvo įteisintos atitinkamos respublikinės ir žinybinės normos, skirtos projektavimui, kontrolei, bandymams, taip pat ir pagrindų konstrukcijų bei jų struktūrų patikimumui vertinti (žr., pvz., [8, 9]).

## Literatūra

1. Б. Ужполявичюс. Неразрушающий контроль и оценка прочности бетона в железобетонных конструкциях. Вильнюс: Мокслас, 1982. 196 с.
2. B. Užpolevičius. Nauji projektuojamų ir esančių bandomųjų statinio elementų atsparumo skaičiavimo bendroji metodika // Statybinės konstrukcijos: kūrimas ir stiprinimas. Konferencijos, įvykusios Vilniuje 1999 m. gruodžio 3 d., pranešimų medžiaga. Vilnius: Technika, 1999, p. 72–77.
3. LST 1200-92. Technikos patikumas. Terminai ir apibrėžimai / Lietuvos valstybinė standartizacijos tarnyba, Vilnius, 1993. 68 p.
4. G. Augusti, A. Baratta, F. Casciati. Probabilistic Methods in Structural Engineering. London, New York: Chapman and Hall. 1984. 584 p.
5. B. Užpolevičius. Konstrukcijų ir pagrindų atsparumo at-

- sargos absoliutaus minimumo reprezentatyvus statistinis skaičiavimas. Uždavinių formulavimas, sprendimas ir sprendinių praktinis taikymas // VTU mokslo darbai. Statybinių konstrukcijų atnaujinimas ir stiprinimas, Nr. 1. Vilnius: Technika, 1992, p. 67–92.
6. Б. Ужполявичюс. Вероятностно-статистический расчет в предельных состояниях // Литовский механический сборник, № 35. Вильнюс, 1988, с. 151–162.
  7. Б. Ужполявичус. Вероятностно-статистический расчет при проектировании и контроле строительных конструкций // Стр. мех. и расчет сооруж., 1986, № 6, с. 3–7.
  8. ŽSN 204-47-89. Pastatų konstrukcijų ir pagrindų statistinio skaičiavimo instrukcija: Žinybinės statybos normos. Vilnius, Lietuvos kom. ūkio m-ja, 1989. 83 p.
  9. RSN 145-92. Gelžbetoninių konstrukcijų statistinis skaičiavimas: Respublikinės statybos normos / LR Statybos ir urb. m-ja, 1992. 54 p.

Įteikta 2001 02 15

## PROBABILISTIC AND STATISTICAL METHODS FOR DESIGNING AND ANALYZING LIMIT STATES

### B. Užpolevičius

#### Summary

Errors of partial reliability factor (PRF) method, being used in operating codes to provide required reliability of construction work (foundations, structures and their systems), are discussed. It is pointed out that additional resistance (strength, stiffness, etc) of the members to compensate these errors is required, and it makes much more than 10%. The main cause of these shortcomings is that in the PRF method, for the sake of simplicity, independent partial coefficients and limited number of these coefficients are applied.

*Direct probabilistic and statistical methods* (without application of partial coefficients and design values) are proposed. It is demonstrated that these methods are free of systematic errors which are characteristic of the known codified (standardized) probability calculations. The proposed methods make up a *unified* method used for foundations and structures, uniformly based on theoretical conclusions of probability theory and mathematical statistics. These *economy* seeking methods are intended for effective use (without change of codes) of available *additional* information, which is made of different amount of data of statistical measurements or statistical observations on minimal values of soils and building material mechanical characteristics of structures and maximum values of loads, actions and their combinations during the operation period, geometrical dimensions of critical cross-sections, errors of algorithms for calculation of resistance and action effects, control errors made by people during design, construction, operation of construction works, etc. In case of a *limited* amount of information the proposed *statistical* model is to be used. In addition, the proposed method is adjusted for *effective* use of the known reliability solutions of economical and social *optimisation* (in relation to economical and social damage caused by the limit state, human safety and

other factors) co-ordinating them with application experience of PRF code method and statistical multidimensional data of limit state frequency. Areas of application and economy of the proposed probabilistic and statistical methods are presented in Table 1. National and established specifications prepared for probabilistic and statistical calculation design and tests of foundations, structures and their systems are discussed.

Practical application and economical comparison of calculation of construction members by PRF, probabilistic and statistical methods (area of the cross-section, foundation pad base  $A\%$  in relation to that determined by SNiP codes)

Application area	Method		
	PRF (SNiP)	probabilistic	statistical
1. Design of member at codified (by means of PRF method) probabilistic set of members			
1.1. Determination of design parameter $A$ by PRF method	100	not applicable	not applicable
1.2. Determination of parameter $A$ using: – additional statistical information on codified probabilistic set of members – differentiation of rational reliability	not applicable not applicable	85–95 85–95	90–100 90–100
1.3. Rational verification of reliability $P$ when $A$ is known	not applicable	applicable	not applicable
1.4. Determination of $P$ regulated by PRF method codes	not applicable	applicable	not applicable
2. Design of local probabilistic set (eg, batch of members)			
2.1. Determination of parameter $A$ using: – additional statistical information – differentiation of rational probability	not applicable not applicable	80–90 85–95	85–95 90–100
2.2. Verification of rational $P$ when $A$ is known	not applicable	applicable	applicable
3. Verification of required or rational reliability $P$ of local probabilistic set of existing members, eg, batch, when $A$ is known	not applicable	applicable	applicable

.....  
**Benediktas UŽPOLEVIČIUS.** Doctor, Associate Professor. Dept of Reinforced Concrete and Masonry Structures. Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Saulėtekio al.11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: Uzpolevicius @ takas.lt

Doctor (engineering sciences, 1969). Research interests: fracture mechanics, strength and structure of concrete, non-destructive testing of concrete, probabilistic and statistical design and analysis methods of structures and foundations, standardisation of these methods for practical use.