ISSN 1392–1541 Geodezija ir kartografija, 2005, XXXI t., Nr. 4
Geodesy and Cartography, 2005, Vol XXXI, No 4

UDK 528.14

GPS VIRTUALIŲJŲ REFERENCINIŲ STOČIŲ (VRS) SUKŪRIMO, TAIKANT NEŠLIO FAZIŲ DVIGUBUOSIUS SKIRTUMUS, ANALIZĖ

Jonas Skeivalas

*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lietuva
el. paštas: Jonas.Skeivalas@ap.vtu.lt*

Įteikta 2005 08 03, priimta 2005 10 05

Santrauka. Straipsnyje analizuojamas GPS referencinių stočių nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų modelio sudarymas. Modeliui sudaryti panaudojamas vienas determinuotasis parametras, kurio reikšmė apskaičiuojama apdorojant mažiausiųjų kvadratų metodu referencinių stočių nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų lygčių sistemą, sudarytą taikant tam tikrą epochų skaičių. Siūlomas nešlio fazių dvigubųjų skirtumų virtualiųjų pataisų sudarymo modelis. Įvertinama atstumo tarp VRS ir vartotojo imtuvo įtaka nešlio fazių dvigubųjų skirtumų virtualiosioms pataisoms. Šiuo atveju nustatytasis virtualiųjų pataisų tikslumas yra daug didesnis nei taikant pavienes referencines stotis taškų koordinatėms nustatyti.

Raktažodžiai: GPS, nešlio fazių dvigubieji skirtumai, virtualioji referencinė stotis, kovariacijų matrica.

1. Įvadas

GPS (*Global Positioning System*) referencinės stotys leidžia patikimiau ir tiksliau nustatyti taškų, esančių Žemės paviršiuje ir erdvėje aplink ją, koordinates bei jų laikinius pokyčius.

Pastarąjį dešimtmetį plačiai pradėtas taikyti diferencinis koordinačių nustatymo metodas (*DGPS*), kuriuo gana tiksliai galima nustatyti taškų koordinates realiuoju laiku. GPS referencinės (bazinės, atraminės) stotys įrengiamos Žemės paviršiaus taškuose, kurių koordinatės tiksliai žinomos reikiamoje koordinačių sistemoje. Tam tikro skaičiaus GPS referencinių stočių matavimų duomenys apibendrinami ir sisteminami virtualiosiose referencinėse stotyse. Taip patikimiau ir tiksliau nustatoma GPS signalų vartotojo padėtis, priimant jau apdorotus ir modeliuotus signalus iš virtualiųjų stočių. GPS referencinės ir virtualiosios stotys telemetrinio ryšio kanalais transliuoja vartotojams koordinačių, pseudoatstumų, nešlio fazių pataisas tam tikrų modelių pavidalu. Šios pataisos vartotojų imtuvuose panaudojamos atitinkamiems matavimų rezultatams arba parametrų reikšmėms pataisyti.

Didžiausios įtakos GPS matavimų tikslumui turi troposfera ir jonosfera. Matavimų tikslumui taip pat turi įtakos dirbtinių Žemės palydovų efemeridžių klaidos, palydovų geometrija, vartotojų imtuvų ir palydovų laikrodžių klaidos, imtuvų antenų fizinių ir fazinių centrų nesutapimas, signalų interferencija ir atspindžiai bei kitos klaidos. Nemaža autorių įvairiais aspektais analizavo ir analizuoja šias matavimų klaidas, atitinkamų nustatomų dydžių ir parametrų tikslumą, algoritmų bei programinės įrangos sudarymą [1–7].

Šiame straipsnyje analizuojamas GPS virtualiųjų referencinių stočių transliuojamų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų modelių sudarymas bei jų tikslumas.

2. GPS referencinių pataisų modelio variantas

GPS referencinės stotys įrengiamos taškuose, kurių koordinatės tiksliai (keleto milimetrų ar centimetrų tikslumu) žinomos.

Jonosferos klaidos eliminuojamos sudarant abiejų nešlių kanalų $L1$ ir $L2$ pseudoatstumų arba nešlio fazių tiesinius modelius. Troposferos paklaidoms pašalinti taip pat yra sudaromi atitinkami modeliai.

GPS referencinių stočių transliuojamos koordinačių, pseudoatstumų ir nešlio fazių pataisos keičiasi mažai, nedaug kintant atstumui (maždaug iki 10 km) tarp GPS vartotojo imtuvo ir referencinės stoties. Tai lemia troposferos ir jonosferos būklė. Todėl referencines stotis išdėsčius didesniu atstumu tenka sukurti GPS virtualiąsias stotis, kurios transliuoja iš referencinių stočių sudarytus pataisų modelius. Šie modeliai transliuojami nedelsiant (realiuoju laiku), bet gali būti naudojami ir „*postprocessing*“ režimu, t. y. vartotojui patogiu laiku. Vartotojo padėties koordinačių pataisos priklauso nuo atstumo tarp vartotojo ir virtualiosios stoties bei krypties į šią stotį.

Nagrinėsime kanalų $L1$ ir $L2$ nešlio fazių dvigubųjų skirtumų tiesinį modelį, taikydami determinuotuosius parametrus jonosferos įtakai eliminuoti. Skaičiavimuose naudojami iš $L1$ ir $L2$ kanalų sudaryti redukuotieji nešlio fazių dvigubieji skirtumai. Referencinių stočių tinklo nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisos išlyginamos mažiausiųjų kvadratų metodu, taikant minėtuosius determinuotuosius parametrus. Tada nustatomi nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų atsitiktiniai pokyčiai bei determinuotasis parametras, apibūdinantis kartotinio linijos ilgio vieneto (pvz., 10 km) pataisos pokytį.

Sudaroma pataisų lygčių sistema su vienu determinuotuoju parametru taikant vieną epochą:

$$\left.\begin{array}{l} V_{ij}^{kl}(t_i) = S_{ij}\tau - \delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i) \\ i, j = 1,\ldots,r;\; k,l = 1,\ldots,m \end{array}\right\}, \qquad (1)$$

čia $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)$ – nešlio fazių dvigubojo skirtumo pataisa ciklais laiko momentu t_i pagal i-osios ir j-osios referencinių stočių matavimus, kai priiminėjami k-ojo ir l-ojo palydovų signalai; $V_{ij}^{kl}(t_i)$ – atsitiktinis fazių dvigubojo skirtumo pokytis, τ – determinuotasis parametras, apibūdinantis kartotinio ilgio vieneto pataisos $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)$ pokytį.

Nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisos $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)$ nustatomos kaip GPS imtuvais išmatuotų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų nuokrypiai nuo tikrųjų jų reikšmių. Tikrosiomis nešlio fazių dvigubųjų skirtumų reikšmėmis laikomos reikšmės, apskaičiuotos pagal žinomas tikslias referencinių stočių koordinates.

Pavienės t_i epochos atveju pataisų lygčių sistema matricų pavidalu:

$$\boldsymbol{V_i} = \boldsymbol{S_i}\tau - \delta\boldsymbol{\Phi_i}, \qquad (2)$$

čia $\boldsymbol{V}_i = \left(V_{12}^{12}(t_i), V_{12}^{13}(t_i), V_{12}^{14}(t_i), V_{13}^{12}(t_i), V_{13}^{13}(t_i), V_{13}^{14}(t_i), \ldots, V_{1r}^{12}(t_i), V_{1r}^{13}(t_i), V_{1r}^{14}(t_i)\right)^T$ – pavienės t_i epochos nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų atsitiktinių pokyčių vektorius, kai referencinių stočių skaičius lygus r, o signalai priiminėjami iš 4 palydovų; $\boldsymbol{S_i} = \left(\boldsymbol{S}_{12}'^{\boldsymbol{T}}, \boldsymbol{S}_{13}'^{\boldsymbol{T}}, \ldots, \boldsymbol{S}_{1\boldsymbol{r}}'^{\boldsymbol{T}}\right)^{\boldsymbol{T}}$ – atstumų tarp atitinkamų referencinių stočių vektorius; $\boldsymbol{S}_{1j}' = \left(S_{1j}, S_{1j}, S_{1j}\right)^T$ – $(m-1) = 3$ vienodų komponenčių S_{1j} vektorius $(j = 2, 3, \ldots, r)$, $m = 4$ – palydovų skaičius; $\delta\boldsymbol{\Phi}_i = \left(\delta\Phi_{12}^{12}(t_i), \delta\Phi_{12}^{13}(t_i), \delta\Phi_{12}^{14}(t_i), \ldots, \delta\Phi_{1r}^{12}(t_i), \delta\Phi_{1r}^{13}(t_i), \delta\Phi_{1r}^{14}(t_i)\right)^T$ – laisvųjų narių (dvigubųjų skirtumų pataisų) vektorius.

Atvejais, kai turime n_e epochų fazių dvigubųjų skirtumų matavimų rezultatus, jiems apdoroti rašome šią pataisų lygčių sistemą blokiniu pavidalu:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{S}\tau - \delta\Phi, \qquad (3)$$

čia $\boldsymbol{V} = \left(\boldsymbol{V}_1^{\boldsymbol{T}}, \boldsymbol{V}_2^{\boldsymbol{T}}, \ldots, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{n_e}}^{\boldsymbol{T}}\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{V_i}$ – pavienės epochos fazių dvigubųjų skirtumų atsitiktinių pataisų vektorius, $\boldsymbol{S} = \left(\boldsymbol{S}_1^{\boldsymbol{T}}, \boldsymbol{S}_2^{\boldsymbol{T}}, \ldots, \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n_e}}^{\boldsymbol{T}}\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\delta\boldsymbol{\Phi} = \left(\delta\boldsymbol{\Phi}_1^{\boldsymbol{T}}, \delta\boldsymbol{\Phi}_2^{\boldsymbol{T}}, \ldots, \delta\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{n_e}}^{\boldsymbol{T}}\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{S_i}$ – pavienės i-osios epochos pataisų lygčių koeficientų vektorius, $\boldsymbol{S}_1 = \boldsymbol{S}_2 = \ldots = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{n_e}}$, $\delta\boldsymbol{\Phi_i}$ – i-osios epochos laisvųjų narių vektorius, $i = 1, 2, \ldots, n_e$.

Determinuotojo parametro τ reikšmę nustatome spręsdami pataisų lygčių sistemą (3) mažiausiųjų kvadratų metodu. Taigi gauname:

$$\tau = \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{\omega}, \qquad (4)$$

čia $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_\Phi\boldsymbol{S}$, $\omega = \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{P}_\Phi\boldsymbol{\Phi}$, $\boldsymbol{P}_\Phi$ – nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų svorių matrica. Svorių matrica $\boldsymbol{P}_\Phi = \boldsymbol{Q}_\Phi^{-1}$, čia $\boldsymbol{Q}_\Phi$ – svorinių koeficientų matrica.

Svorių matrica $\boldsymbol{P}_\Phi$ yra blokinė diagonalioji matrica, nes nešlio fazių dvigubieji skirtumai epochose yra nepriklausomi:

$$\boldsymbol{P}_\Phi = \left(\boldsymbol{P}_{\Phi_1}, \boldsymbol{P}_{\Phi_2}, \ldots, \boldsymbol{P}_{\Phi_{n_e}}\right)_{\boldsymbol{diag}},$$

čia $\boldsymbol{P}_{\Phi_i}$ – i-osios epochos fazių dvigubųjų skirtumų pataisų svorių matrica, $i = 1, 2, \ldots, n_e$.

Nustatysime svorių matricos $\boldsymbol{P}_\Phi$ išraišką, panaudodami paprastųjų bei išmatuotų fazių skirtumų svorius.

Panaudosime nešlio fazių dvigubųjų skirtumų išraiškos paprastaisiais fazių skirtumais lygybę:

$$\Phi_{ij}^{kl}(t_i) = \boldsymbol{C}\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}^{kl}(t_i) = \boldsymbol{C}\left(\Phi_{ij}^{k}(t_i), \Phi_{ij}^{l}(t_i)\right)^T, \qquad (5)$$

čia $\boldsymbol{C} = (1\;\; -1)$ – transformacijos matrica; $\Phi_{ij}^{k}(t_i)$, $\Phi_{ij}^{l}(t_i)$ – paprastieji fazių skirtumai, $\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}^{kl}(t_i)$ – paprastųjų skirtumų vektorius.

Paprastieji fazių skirtumai $\Phi_{ij}^{k}(t_i)$ išreiškiami išmatuotais fazių skirtumais $\Phi_i^k(t_i), \Phi_j^k(t_i)$:

$$\Phi_{ij}^{k}(t_i) = \boldsymbol{C}\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{ij}^{k}(t_i) = \boldsymbol{C}\left(\Phi_i^k(t_i), \Phi_j^k(t_i)\right)^T, \qquad (6)$$

čia $\overline{\boldsymbol{\Phi}}_{\boldsymbol{ij}}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{t_i})$ – išmatuotų skirtumų vektorius.

Analogiškos išraiškos galioja ir esant atitinkamų nešlio fazių skirtumų pataisoms $\delta\Phi(t_i)$.

Svorių matricos $\boldsymbol{P}_\Phi$ išraiškai gauti panaudosime nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų vektoriaus kovariacijų matricą. Pavienės epochos t_i dviejų komponenčių vektoriaus kovariacijų matricą galima parašyti:

$$\boldsymbol{K}\left\{\left(\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i),\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right)^T\right\}=$$
$$\boldsymbol{M}\left\{\left(\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i),\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right)^T\left(\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\right),\left(\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right)\right\}=$$
$$\boldsymbol{M}\begin{pmatrix}\left[\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\cdot\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\right]\left[\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\cdot\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right]\\ \left[\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\cdot\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\right]\left[\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\cdot\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right]\end{pmatrix},\qquad(7)$$

čia $\boldsymbol{K}$ – kovariacijų matricos simbolis, $M\left\{\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)\right\}=0$ – pavienio dvigubojo fazių skirtumo pataisos vidurkis, kuris yra lygus nuliui. Išplaukia iš to, kad

$$M\left\{\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)\right\}=M\left\{\Phi_{ij}^{kl}(t_i)-\tilde{\Phi}_{ij}^{kl}(t_i)\right\}=0,$$

čia $\tilde{\Phi}_{ij}^{kl}(t_i)$ – reikšmė, apskaičiuota pagal tikslias žinomas referencinės stoties koordinates.

Nustatysime kovariacijų matricos (7) pavienio elemento išraišką, panaudodami fazių dvigubųjų skirtumų išraiškos paprastaisiais ir išmatuotaisiais fazių skirtumais formules (5), (6):

$$M\left\{\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i)\cdot\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right\}=K\left\{\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i),\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right\}=$$
$$M\left\{C\cdot\left(\delta\Phi_{12}^{k}(t_i),\delta\Phi_{12}^{l}(t_i)\right)^T\cdot\left[C\cdot\left(\delta\Phi_{13}^{k}(t_i),\delta\Phi_{13}^{s}(t_i)\right)^T\right]^T\right\}=$$
$$M\left\{C\cdot\left(\delta\Phi_{12}^{k}(t_i),\delta\Phi_{12}^{l}(t_i)\right)^T\left(\delta\Phi_{13}^{k}(t_i),\delta\Phi_{13}^{s}(t_i)\right)C^T\right\}=$$
$$M\left\{C\cdot\left[C\cdot\left(\delta\Phi_{1}^{k}(t_i),\delta\Phi_{2}^{k}(t_i)\right)^T,C\cdot\left(\delta\Phi_{1}^{l}(t_i),\delta\Phi_{2}^{l}(t_i)\right)^T\right]^T\times\right.$$
$$\left.\left[C\cdot\left(\delta\Phi_{1}^{k}(t_i),\delta\Phi_{3}^{k}(t_i)\right)^T,C\cdot\left(\delta\Phi_{1}^{s}(t_i),\delta\Phi_{3}^{s}(t_i)\right)^T\right]C^T\right\}=$$
$$M\left\{C\cdot\left[\left(\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)-\delta\Phi_{2}^{k}(t_i)\right),\left(\delta\Phi_{1}^{l}(t_i)-\delta\Phi_{2}^{l}(t_i)\right)\right]^T\times\right.$$
$$\left.\left[\left(\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)-\delta\Phi_{3}^{k}(t_i)\right),\left(\delta\Phi_{1}^{s}(t_i)-\delta\Phi_{3}^{s}(t_i)\right)\right]C^T\right\}=$$
$$M\left\{\left[\left(\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)-\delta\Phi_{2}^{k}(t_i)\right)-\delta\Phi_{1}^{l}(t_i)+\delta\Phi_{2}^{l}(t_i)\right]\times\right.$$
$$\left.\left[\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)-\delta\Phi_{3}^{k}(t_i)-\delta\Phi_{1}^{s}(t_i)+\delta\Phi_{3}^{s}(t_i)\right]\right\}=$$
$$M\left\{\left[\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)\right]^2+\sum_{\substack{i=1,2\\ j=1,3}}\delta\Phi_{i}^{k}(t_i)\cdot\delta\Phi_{j}^{k}(t_i)+\sum_{\substack{i=1,2\\ j=1,3}}\delta\Phi_{i}^{k}(t_i)\cdot\delta\Phi_{j}^{s}(t_i)+\right.$$
$$\left.\sum_{\substack{i=1,2\\ j=1,3}}\delta\Phi_{i}^{l}(t_i)\cdot\delta\Phi_{j}^{k}(t_i)+\sum_{\substack{i=1,2\\ j=1,3}}\delta\Phi_{i}^{l}(t_i)\delta\Phi_{j}^{s}(t_i)\right\}=\qquad(8)$$
$$D\left\{\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)\right\}=\sigma_0^2Q\left\{\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)\right\}=\sigma_0^2q_{\varphi_0},$$

čia σ_0 – išmatuoto nešlio fazių skirtumo, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis, $Q\left\{\delta\Phi_{1}^{k}(t_i)\right\}=q_{\varphi_0}$ – išmatuoto nešlio fazių skirtumo redukuotosios pataisos svorinis koeficientas. Nešlio fazių skirtumo redukuotoji pataisa skaičiuojama norint eliminuoti jonosferos įtakos klaidas. Tai parodoma toliau. GPS imtuvo ir bet kurio palydovo signalų nešlio fazių skirtumai matuojami vienodu tikslumu ir nepriklausomai. Išmatuotų fazių skirtumų pataisų mišriųjų sandaugų vidurkiai yra lygūs nuliui, nes fazių skirtumų pataisos yra nekoreliuotos. Todėl (8) lygybės visų narių suma, išskyrus pirmąjį narį, lygi nuliui.

Pavienės epochos nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų dviejų komponenčių vektoriaus kovariacijų matricą (7) gauname tokiu pavidalu:

$$\boldsymbol{K}\left\{\left(\delta\Phi_{12}^{kl}(t_i),\delta\Phi_{13}^{ks}(t_i)\right)^T\right\}=\sigma_0^2q_{\varphi_0}\begin{pmatrix}4&1\\1&4\end{pmatrix}.\qquad(9)$$

Pagal formules (8) ir (9), kai palydovų skaičius $m=4$, o referencinių stočių skaičius – r, gauname pavienės epochos nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų vektoriaus kovariacijų matricą:

$$\boldsymbol{K}\left\{\left(\delta\Phi_{12}^{12}(t_i),\delta\Phi_{12}^{13}(t_i),\delta\Phi_{12}^{14}(t_i),\right.\right.$$
$$\left.\left....,\delta\Phi_{1r}^{12}(t_i),\delta\Phi_{1r}^{13}(t_i),\delta\Phi_{1r}^{14}(t_i)\right)^T\right\}=$$
$$\boldsymbol{K}_{\Phi_i}=\sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{\Phi_i}=$$
$$\sigma_0^2q_{\varphi_0}\left(\begin{array}{c|c|c|c}422&211&\cdots&211\\211&422&\cdots&211\\\vdots&\vdots&&\vdots\\211&211&\cdots&422\end{array}\right).\qquad(10)$$

Nešlio fazių dvigubųjų skirtumų matavimuose jonosferos įtakai eliminuoti taikomi tiesiniai modeliai [1–3]. Vienas iš tiesinio modelio variantų užrašomas taip:

$$\delta\Phi_{0,i}^{k}(t_i)=\delta\Phi_{1,i}^{k}(t_i)-\frac{f_2}{f_1}\delta\Phi_{2,i}^{k}(t_i),\qquad(11)$$

čia $\delta\Phi_{0,i}^{k}(t_i)$ – redukuotoji nešlio fazių skirtumo pataisa, $\delta\Phi_{1,i}^{k}(t_i)$, $\delta\Phi_{2,i}^{k}(t_i)$ – GPS imtuvo ir palydovo signalų atitinkamai $L1$ ir $L2$ kanalų išmatuotų nešlio fazių skirtumų pataisų reikšmės; f_1, f_2 – $L1$ ir $L2$ kanalų nešlio dažniai.

Redukuotosios nešlio fazių skirtumo pataisos svoris skaičiuojamas pagal formulę

$$p_{\varphi_0}^{-1}=q_{\varphi_0}=p_{\varphi_1}^{-1}+\frac{f_2^2}{f_1^2}p_{\varphi_2}^{-1},\qquad(12)$$

čia p_{φ_i} – i-ajame nešlio kanale išmatuoto fazių skirtumo svoris, $i=L1,L2$.

Didžiausios įtakos išmatuotiems fazių skirtumams turi jonosfera. Todėl panaudodami santykį [8, 9] –

$$\frac{\delta\Phi_1^{jon}}{\delta\Phi_2^{jon}}=\frac{f_2}{f_1}-$$

gauname

$$p_{\varphi_1}^{-1} = \frac{f_2^2}{f_1^2} p_{\varphi_2}^{-1} = 0{,}606 p_{\varphi_2}^{-1}. \quad (13)$$

Tardami, kad $p_{\varphi_i} = 1{,}00$, nustatome $p_{\varphi_2} = 0{,}606$.

Redukuotojo nešlio fazių skirtumo pataisos svoris

$$p_{\varphi_0}^{-1} = q_{\varphi_0} = 1 + 0{,}606 \cdot \frac{1}{0{,}606} = 2 \quad (14)$$

ir $p_{\varphi_0} = 0{,}50$.

Taigi pavienės epochos t_i nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų vektoriaus svorinių koeficientų matrica, taikant formulę (10), yra

$$\boldsymbol{Q}_{\Phi_i} = 2\begin{pmatrix} 422 & 211 & \cdots & 211 \\ 211 & 422 & \cdots & 211 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 211 & 211 & \cdots & 422 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

svorių matrica –

$$\boldsymbol{P}_{\Phi_i} = 0{,}50\begin{pmatrix} 422 & 211 & \cdots & 211 \\ 211 & 422 & \cdots & 211 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 211 & 211 & \cdots & 422 \end{pmatrix}^{-1}. \quad (16)$$

3. Išlygintųjų parametrų ir išmatuotų dydžių tikslumo įvertinimas

Mažiausiųjų kvadratų metodu pagal formulę (4) parametro τ reikšmės tikslumas įvertinamas dispersija:

$$D_\tau = \boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{K}_\omega \boldsymbol{N}^{-1}, \quad (17)$$

čia $\boldsymbol{K}_\omega$ – normalinių lygčių laisvųjų narių vektoriaus kovariacijų matrica.

Kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_\omega$ yra lygi:

$$K_\omega = S^T P_\Phi K_\Phi \left(S^T P_\Phi\right)^T = \sigma_0^2 S^T P_\Phi P_\Phi^{-1} P_\Phi S = \sigma_0^2 S^T P_\Phi S = \sigma_0^2 N, \quad (18)$$

čia $\boldsymbol{K}_\Phi = \sigma_0^2 \boldsymbol{Q}_\Phi = \sigma_0^2 \boldsymbol{P}_\Phi^{-1}$.

Galutinė parametro τ dispersijos išraiška:

$$D_\tau = \sigma_0^2 \boldsymbol{N}^{-1}. \quad (19)$$

Standartinio nuokrypio σ_0 įvertis skaičiuojamas pagal formulę

$$\sigma_0 \approx \boldsymbol{m}_0 = \frac{1}{n-k}\boldsymbol{V}^T \boldsymbol{P}_\Phi \boldsymbol{V}, \quad (20)$$

čia $n = (m-1)(r-1)n_e$ – pataisų lygčių skaičius, $k = 1$, $m - 1 = 3$.

Išlygintų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų vektoriaus $\delta\tilde{\Phi}$ kovariacijų matrica yra lygi

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\Phi}} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{D}_\tau \boldsymbol{S}^T = \sigma_0^2 \boldsymbol{S}\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{S}^T. \quad (21)$$

4. Virtualiųjų pataisų modelio sudarymas

GPS vartotojas savo A taško koordinates apskaičiuoja pagal išmatuotus nešlio dvigubuosius fazių skirtumus $\Phi_{ij}^{kl}(t_i)$ ir GPS referencinių stočių transliuojamas šių fazių skirtumų pataisas $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)$. Skaičiavimams galima panaudoti bet kuriuos pavienės referencinės stoties duomenis. Tačiau taško A koordinatės nustatomos tiksliau naudojant visų GPS referencinių stočių matavimo duomenis. Šiam tikslui sukuriama GPS virtualioji referencinė stotis.

Virtualiosios referencinės stoties (VRS) koordinates nustatysime kaip GPS referencinių stočių koordinačių aritmetinius vidurkius:

$$X_{VRS} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} X_{i,ref},$$

$$Y_{VRS} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} Y_{i,ref},$$

$$Z_{VRS} = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} Z_{i,ref}.$$

VRS stoties virtualiai išmatuotus nešlio fazių skirtumus $\Phi_{VRS}^k(t_i)$ nustatysime kaip GPS referencinių stočių išmatuotų nešlio fazių skirtumų $\Phi_i^k(t_i)$ aritmetinius vidurkius:

$$\Phi_{VRS}^k(t_i) = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\Phi_i^k(t_i). \quad (22)$$

Taigi nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisos VRS ir referencinės stoties 1 bazėje yra suprantamos kaip išraiška

$$\delta\tilde{\Phi}_{1,VRS}^{kl}(t_i) = \frac{1}{r-1}\sum_{i=2}^{r}\delta\tilde{\Phi}_{1i}^{kl}(t_i). \quad (23)$$

GPS nešlio fazių dvigubieji skirtumai VRS ir vartotojo imtuvo A bazėje bus skaičiuojami:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VRS},\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{kl}}(\boldsymbol{t_i}) &= \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VRS},\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{t_i}) - \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VRS},\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{t_i}) = \\ &= \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VRS}}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{t_i}) - \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{t_i}) - \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VRS}}^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{t_i}) + \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{A}}^{\boldsymbol{l}}(\boldsymbol{t_i}).\end{aligned} \quad (24)$$

Apskaičiuotų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų $\Phi_{VRS,A}^{kl}(t_i)$ pataisos $\delta\tilde{\Phi}_{VRS,A}^{kl}(t_i)$ epochose skaičiuojamos taip:

$$\delta\tilde{\Phi}_{VRS,A}^{kl}(t_i) = S_{VRS,A}\tau, \quad (25)$$

čia τ – reikšmė, nustatyta pagal referencinių stočių tinklo n_e epochų apdorotuosius matavimo rezultatus.

Mažiausiųjų kvadratų metodu išlygintų dydžių $\delta\tilde{\Phi}_{ij}^{kl}(t_i)$ standartiniai nuokrypiai yra mažesni už išmatuotų dydžių standartinius nuokrypius vidutiniu koeficientu $\sqrt{k/n}$ [10], t. y.

$$\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{ij}^{kl}(t_i)\right\} = \sqrt{k/n}\ \sigma\left\{\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)\right\}, \qquad (26)$$

čia $n = 3(r-1)n_e$ – išmatuotų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų skaičius, $k = 1$ – parametrų skaičius.

Kadangi pataisa $\delta\tilde{\Phi}_{VRS,A}^{kl}(t_i)$ (25) nustatoma taikant parametro τ reikšmę, apskaičiuotą išlyginimo procedūrose, tai

$$\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{VRS,A}^{kl}(t_i)\right\} = \sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{1,VRS}^{kl}(t_i)\right\}. \qquad (27)$$

Taikydami formulę (23) galime parašyti

$$\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{1,VRS}^{kl}(t_i)\right\} = \frac{1}{\sqrt{r-1}}\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{1i}^{kl}(t_i)\right\}, \qquad (28)$$

padarę prielaidą, kad

$$\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{12}^{kl}(t_i)\right\} \approx \ldots \approx \sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{1r}^{kl}(t_i)\right\}.$$

Toliau pagal formulę (27), taikydami (26), (28), gauname

$$\sigma\left\{\delta\tilde{\Phi}_{VRS,A}^{kl}(t_i)\right\} = \frac{1}{(r-1)\sqrt{3n_e}}\sigma\left\{\delta\Phi_{ij}^{kl}(t_i)\right\}. \qquad (29)$$

Pastaroji formulė rodo, kad taikant virtualiąją referencinę stotį (VRS) labai sumažėja iš jos gaunamų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisų standartiniai nuokrypiai, palyginti nei pavienės referencinės stoties atveju.

5. Išvados

1. Taikant virtualiąsias GPS referencines stotis (VRS) prasiplečia referencinių stočių veiklos zona, padidėja vartotojo imtuvais realiuoju laiku nustatomų koordinačių tikslumas.
2. Pasiūlytas metodas apdoroti GPS referencinių stočių matavimų rezultatus, taikant nešlio fazių redukuotuosius dvigubuosius skirtumus, naudojant vieną determinuotąjį parametrą. Įvertinama atstumo tarp VRS ir vartotojo imtuvo įtaka nešlio fazių dvigubųjų skirtumų pataisoms.
3. Siūlomas nešlio fazių dvigubųjų skirtumų virtualiųjų pataisų formavimo modelis. Įvertintas šių pataisų tikslumas. Jis daug didesnis nei taikant pavienes referencines stotis taškų koordinatėms nustatyti.

Literatūra

1. Bauer, M. Vermessung und Ortung mit Satelliten. Heidelberg: Wichmann, 1994. 274 S.
2. Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. and Collins, J. Global Positioning System. In: Theory and Practice. Wien, New York: Springer-Verlag, 1992. 326 p.
3. Leick, A. GPS Satellite Surveying. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1995. 352 p.
4. Koch, K. R. Einführung in die Bayes-Statistik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. 225 S.
5. Lambert Wanninger. Virtuelle GPS-Referenzstationen für grossräumige kinematische Anwendungen. Z. f. Vermessungswesen, No 3. Stuttgart: Verlag K. Witwer, 2003, S. 196–202.
6. Hankemeier, P. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. Multifunktionale GNSS-Referenzstationsysteme für Europa. Workshop von 4. 5. März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, S. 16–23.
7. Teunissen, P. J. G. The parameter distributions of the integer GPS model. *Journal of Geodesy*, No 1 (76), 2002, p. 41–48.
8. Skeivalas, J. Accuracy determination of the coordinates augmentations of GPS vectors by measuring double phase shifts of the carrier. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, Vol XXIX, No 4. Vilnius: Technika, 2003, p. 115–118 (in Lithuanian).
9. Skeivalas, J. Construction of linear models of pseudoranges and carrier phases for eliminating the ionosphere influence. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, Vol XXIX, No 3. Vilnius: Technika, 2003, p. 61–64 (in Lithuanian).
10. Markuze, Y. I. Algorithms for adjustment of geodetic networks using computers (Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ). Moscow: Nedra, 1989. 248 p. (in Russian).

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre. (Ph +370 5 2744703, Fax +370 5 2744705).

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.