ISSN 1392–1541 print
ISSN 1648–3502 online

Geodezija ir kartografija, 2007, XXXIII t., Nr. 2
Geodesy and Cartography, 2007, Vol XXXIII, No 2

UDK 528.14

JONOSFEROS ĮTAKA GPS STYGŲ KOORDINAČIŲ PRIEAUGIAMS, TAIKANT NEŠLIO FAZIŲ DVIGUBUOSIUS SKIRTUMUS

Jonas Skeivalas
Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva,
el. paštas: Jonas.Skeivalas@ap.vgtu.lt

Įteikta 2006 12 08, priimta 2007 03 30

Santrauka. Analizuojamas nešlio fazių dvigubųjų skirtumų taikymas jonosferos įtakai eliminuoti, apdorojant dviejų nešlio dažnių GPS imtuvų matavimų rezultatus. Skaičiavimų procedūrose taikomos nešlio fazių dvigubųjų skirtumų išraiškos su papildomais parametrais jonosferos įtakai eliminuoti. Jonosferos įtaka eliminuojama sprendžiant mažiausiųjų kvadratų metodu redukuotas kiekvienos epochos nešlio fazių dvigubųjų skirtumų parametrines lygtis. Parametrinių lygčių sistema sprendžiama sudarant papildomas sąlygines lygtis. Sprendinio rezultatų patikimumui įvertinti siūlomos kovariacijų matricų formulės.

Reikšminiai žodžiai: GPS, jonosferos įtaka, nešlio fazių dvigubieji skirtumai.

1. Įvadas

GPS matavimo rezultatų tikslumui įtakos turi daugelis veiksnių: dirbtinių Žemės palydovų (DŽP) efemeridžių klaidos, DŽP geometrija, GPS imtuvų ir palydovų laikrodžių klaidos, signalų interferencija ir atspindžiai, troposfera, jonosfera bei kitų šaltinių lemiamos klaidos. GPS matavimų tikslumui didžiausia troposfera ir jonosfera įtaka. Nemaža autorių įvairiais aspektais analizavo ir analizuoja šias matavimų klaidas, atitinkamų dydžių ir parametrų nustatymo tikslumą, skaičiavimo algoritmų sudarymą [1–11]. Dažniausiai jonosferos įtakai matavimo rezultatams eliminuoti taikomi dviejų nešlio dažnių tiesiniai modeliai, o troposferos įtakai sumažinti – atitinkami netiesiniai modeliai.

Straipsnyje siūlomas metodas pagrįstas koordinačių prieaugių sąlyginių lygčių su papildomais parametrais γ taikymu koordinačių prieaugių sistemingosioms klaidoms eliminuoti. Klaidos dėl troposferos ir jonosferos įtakos yra sisteminio pobūdžio. Taikant papildomus parametrus matavimų klaidų sistemingoji komponentė eliminuojama patikimiau.

2. Teoriniai teiginiai

Pagal GPS kanalų L_1 ir L_2 matavimo rezultatus sudarytų nešlio fazių dvigubųjų skirtumų reikšmės nesutampa dėl jonosferos, troposferos lemiamų ir kitų matavimo klaidų. Kadangi dėl jonosferos ir kitų šaltinių įtakos atsirandančios matavimo klaidos turi atsitiktines ir sistemingąsias komponentes, tai matavimo rezultatams apdoroti taikysime mažiausiųjų kvadratų metodą bei papildomus parametrus sistemingosioms klaidų komponentėms eliminuoti.

Pagrindinė nešlio fazių dvigubųjų skirtumų modelio lygtis:

$$\Phi_{ij,\,cikl.}^{kl}(t) = \frac{1}{\lambda} S_{ij}^{kl}(t) - N_{ij,\,cikl}^{kl} + \delta\Phi_{ij}^{kl}(t), \tag{1}$$

čia $\Phi_{ij,\,cikl}^{kl}(t)$ – fazių dvigubasis skirtumas pagal dviejų imtuvų – i ir j matavimų rezultatus iš dviejų palydovų – k ir l laiko momentu (epocha) t, $S_{ij}^{kl}(t)$ – atitinkamų geometrinių atstumų dvigubasis skirtumas, $N_{ij,\,cikl}^{kl}$ – pradinių sveikųjų ciklų skaičiaus dvigubasis skirtumas, $\lambda \to \lambda_1$ arba λ_2 – nešlio kanalų – $L1$ arba $L2$ bangos ilgis; $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t)$ – kitų klaidų šaltinių suminė įtaka.

Redukavę fazių ciklų lygybę (1) ilgio vienetais, taikydami abu nešlio bangos ilgius – λ_1 ir λ_2, gauname:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{1,\,ij}^{kl}(t) &= S_{ij}^{kl}(t) - N_{1,\,ij}^{kl} + \delta\Phi_{1,\,ij}^{kl}(t) \\ \Phi_{2,\,ij}^{kl}(t) &= S_{ij}^{kl}(t) - N_{2,\,ij}^{kl} + \delta\Phi_{2,\,ij}^{kl}(t) \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

čia $\Phi_{1,\,ij}^{kl}(t) = \lambda_1 \Phi_{1,\,ij,\,cikl.}^{kl}(t)$, $\Phi_{2,\,ij}^{kl}(t) = \lambda_2 \Phi_{2,\,ij,\,cikl.}^{kl}(t)$, $N_{1,\,ij}^{kl}(t) = \lambda_1 N_{1,\,ij,\,cikl.}^{kl}$, $N_{2,\,ij}^{kl}(t) = \lambda_2 N_{2,\,ij,\,cikl.}^{kl}$, $N_{1,\,ij}^{kl}(t) = N_{2,\,ij}^{kl}(t) = N_{ij}^{kl}(t)$.

Supaprastinant išraišką, jos narys $\delta\Phi_{ij}^{kl}(t)$ nerašomas, nes jo reikšmė gali būti nustatoma pagal atitinkamus modelius.

Vienos sesijos n epochų GPS išmatuotieji nešlio fazių dvigubieji skirtumai apdorojami mažiausiųjų kvadratų metodu, taikant papildomus parametrus jonosferos klaidų sistemingosioms komponentėms eliminuoti. Galima parašyti šią parametrinių lygčių sistemą:

$$\left.\begin{aligned}&\tilde{\Phi}^{kl}_{1,ij}(t_i)=a^{kl}_{ij1}(t_i)\Delta\tilde{X}_{ij}+a^{kl}_{ij2}(t_i)\Delta\tilde{Y}_{ij}+a^{kl}_{ij3}(t_i)\Delta\tilde{Z}_{ij}-\\&N^{kl}_{ij}+\gamma^{kl}_{1,ij}\\&\tilde{\Phi}^{kl}_{2,ij}(t_i)=a^{kl}_{ij1}(t_i)\Delta\tilde{X}_{ij}+a^{kl}_{ij2}(t_i)\Delta\tilde{Y}_{ij}+a^{kl}_{ij3}(t_i)\Delta\tilde{Z}_{ij}-\\&N^{kl}_{ij}+\gamma^{kl}_{2,ij}\end{aligned}\right\},\tag{3}$$

čia $t_i=t_1,t_2,...,t_n$; $\tilde{\Phi}^{kl}_{1,ij}(t_i)=\Phi^{kl}_{1,ij}(t_i)+v^{kl}_{1,ij}(t_i)$,

$\tilde{\Phi}^{kl}_{2,ij}(t_i)=\Phi^{kl}_{2,ij}(t_i)+v^{kl}_{2,ij}(t_i)$, $\Delta\tilde{X}_{ij},\Delta\tilde{Y}_{ij},\Delta\tilde{Z}_{ij}$ – išlyginti koordinačių prieaugiai; $\gamma^{kl}_{1,ij},\gamma^{kl}_{2,ij}$ – atitinkamai $L1$ arba $L2$ kanalų jonosferos sistemingųjų klaidų skirtuminės komponentės; $v^{kl}_{1,ij}(t_i)$, $v^{kl}_{2,ij}(t_i)$ – atitinkamai $L1$ ir $L2$ kanalų atsitiktinių jonosferos ir kitų matavimo klaidų skirtuminės pataisos.

Koeficientų $a^{kl}_{ij1}(t_i)$, $a^{kl}_{ij2}(t_i)$, $a^{kl}_{ij3}(t_i)$ išraiškos:

$$\left.\begin{aligned}a^{kl}_{ij1}(t_i)&=\frac{X^k(t_i)-\bar{X}_{ij}}{\bar{S}^k_{ij}(t_i)}-\frac{X^l(t_i)-\bar{X}_{ij}}{\bar{S}^l_{ij}(t_i)}\\a^{kl}_{ij2}(t_i)&=\frac{Y^k(t_i)-\bar{Y}_{ij}}{\bar{S}^k_{ij}(t_i)}-\frac{Y^l(t_i)-\bar{Y}_{ij}}{\bar{S}^l_{ij}(t_i)}\\a^{kl}_{ij3}(t_i)&=\frac{Z^k(t_i)-\bar{Z}_{ij}}{\bar{S}^k_{ij}(t_i)}-\frac{Z^l(t_i)-\bar{Z}_{ij}}{\bar{S}^l_{ij}(t_i)}\end{aligned}\right\},\tag{4}$$

čia $\bar{X}_{ij}=1/2(X_i+X_j)$, $\bar{Y}_{ij}=1/2(Y_i+Y_j)$, $\bar{Z}_{ij}=1/2(Z_i+Z_j)$, $\bar{S}^k_{ij}(t_i)=1/2\{S^k_i(t_i)+S^k_j(t_i)\}$, $\bar{S}^l_{ij}(t_i)=1/2\{S^l_i(t_i)+S^l_j(t_i)\}$.

Apytikrės koordinačių X_i,Y_i,Z_i,X_j,Y_j,Z_j bei atstumų $S^k_i(t_i)$, $S^k_j(t_i)$, $S^l_i(t_i)$, $S^l_j(t_i)$ reikšmės gaunamos pagal GPS kodinių matavimų rezultatus.

Sudaromos parametrinės pataisų lygtys:

$$\left.\begin{aligned}&V^{kl}_{1,ij}(t_i)=a^{kl}_{ij1}(t_i)\Delta\tilde{X}_{ij}+a^{kl}_{ij2}(t_i)\Delta\tilde{Y}_{ij}+a^{kl}_{ij3}(t_i)\Delta\tilde{Z}_{ij}-\\&N^{kl}_{ij}+\gamma^{kl}_{1,ij}-\Phi^{kl}_{1,ij}(t_i)\\&V^{kl}_{2,ij}(t_i)=a^{kl}_{ij1}(t_i)\Delta\tilde{X}_{ij}+a^{kl}_{ij2}(t_i)\Delta\tilde{Y}_{ij}+a^{kl}_{ij3}(t_i)\Delta\tilde{Z}_{ij}-\\&N^{kl}_{ij}+\gamma^{kl}_{2,ij}-\Phi^{kl}_{2,ij}(t_i)\end{aligned}\right\}.\tag{5}$$

Priimant signalus iš keturių palydovų (1, 2, 3 ir 4) dviem imtuvais – i ir j, tos pačios i-osios epochos pataisų lygčių sistema gaunama matricų pavidalu:

$$\boldsymbol{V_{ij}}(t_i)=\boldsymbol{A_{ij}}(t_i)\boldsymbol{\tilde{T}_{ij}}+\boldsymbol{L_{ij}}(t_i),\tag{6}$$

čia $\boldsymbol{V_{ij}}(t_i)$ – i-osios epochos fazių dvigubųjų skirtumų pataisų vektorius, $\boldsymbol{A_{ij}}(t_i)$ – pataisų lygčių koeficientų matrica, $\boldsymbol{\tilde{T}_{ij}}$ – parametrų vektorius, $\boldsymbol{L_{ij}}(t_i)$ – i-osios epochos pataisų lygčių laisvųjų narių vektorius.

Sistemos matricų išraiškos:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}_{ij}(t_i)=&\left(v^{12}_{1,ij}(t_i),v^{13}_{1,ij}(t_i),v^{14}_{1,ij}(t_i),v^{12}_{2,ij}(t_i),v^{13}_{2,ij}(t_i),\right.\\&\left.v^{14}_{2,ij}(t_i)\right)^T,\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tilde{T}_{ij}}=&\left(\Delta\tilde{X}_{ij},\Delta\tilde{Y}_{ij},\Delta\tilde{Z}_{ij},N^{12}_{ij},N^{13}_{ij},N^{14}_{ij},\gamma^{12}_{1,ij},\gamma^{13}_{1,ij},\right.\\&\left.\gamma^{14}_{1,ij},\gamma^{12}_{2,ij},\gamma^{13}_{2,ij},\gamma^{14}_{2,ij}\right)^T,\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{L}_{ij}(t_i)=&-\left(\Phi^{12}_{1,ij}(t_i);\Phi^{13}_{1,ij}(t_i);\Phi^{14}_{1,ij}(t_i);\Phi^{12}_{2,ij}(t_i);\right.\\&\left.\Phi^{13}_{2,ij}(t_i);\Phi^{14}_{2,ij}(t_i)\right)^T,\end{aligned}\tag{9}$$

$$\boldsymbol{A_{ij}}(t_i)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{A'_{ij}}&-\boldsymbol{E}&\boldsymbol{E}&0\\\boldsymbol{A'_{ij}}&-\boldsymbol{E}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{E}\end{pmatrix},\tag{10}$$

$$\boldsymbol{A'_i}=\begin{pmatrix}a^{12}_{ij1}&a^{12}_{ij2}&a^{12}_{ij3}\\a^{13}_{ij1}&a^{13}_{ij2}&a^{13}_{ij3}\\a^{14}_{ij1}&a^{14}_{ij2}&a^{14}_{ij3}\end{pmatrix},\tag{11}$$

$\boldsymbol{E}$ – vienetinė matrica, kurios matmenys 3×3.

Nagrinėsime matavimų variantą, kai matavimams naudojami trys imtuvai, ir išmatuotosios stygos sudaro uždarą trikampį. Šiame variante prie trijų stygų parametrinių pataisų lygčių sistemos, kai kiekvienos stygos lygčių sistema yra (6) pavidalo, prijungiame tris papildomas sąlygines koordinačių prieaugių lygtis:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\tilde{X}_{12}+\Delta\tilde{X}_{23}+\Delta\tilde{X}_{31}=0\\\Delta\tilde{Y}_{12}+\Delta\tilde{Y}_{23}+\Delta\tilde{Y}_{31}=0\\\Delta\tilde{Z}_{12}+\Delta\tilde{Z}_{23}+\Delta\tilde{Z}_{31}=0\end{aligned}\right\},\tag{12}$$

čia $ij=12,23,31$ – trikampio stygų numeracija.

i-osios epochos bendroji trikampio stygų pataisų lygčių sistema, kai signalai priimami iš keturių palydovų, ir kiekvienai stygai naudota du imtuvai:

$$\boldsymbol{V}(t_i)=\boldsymbol{A}(t_i)\boldsymbol{\tilde{T}}+\boldsymbol{L}(t_i),\tag{13}$$

$\boldsymbol{V}(t_i)=\left(\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}_{12}(t_i),\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}_{23}(t_i),\boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}}_{31}(t_i)\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{\tilde{T}}=\left(\boldsymbol{\tilde{T}}^{\boldsymbol{T}}_{12},\boldsymbol{\tilde{T}}^{\boldsymbol{T}}_{23},\boldsymbol{\tilde{T}}^{\boldsymbol{T}}_{31}\right)^{\boldsymbol{T}}$, $\boldsymbol{L}(t_i)=\left(\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}}_{12}(t_i),\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}}_{23}(t_i),\boldsymbol{L}^{\boldsymbol{T}}_{31}(t_i)\right)^{\boldsymbol{T}}$.

Matrica $\boldsymbol{A}(t_i)$ yra kvazidiagonalioji:

$$\boldsymbol{A}(t_i)=\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{12}(t_i) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_{23}(t_i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{A}_{31}(t_i) \end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Matricos $\boldsymbol{A}(t_i)$ blokinės dalys sudaromos pagal formulę (10), kai $ij \to 12, 23, 31$.

Papildomų sąlyginių lygčių sistemos (12) išraiška matricų pavidalu:

$$\boldsymbol{A}_s\tilde{\boldsymbol{T}}=\mathbf{0}, \qquad (15)$$

čia $\boldsymbol{A}_s=(\boldsymbol{E}\ \mathbf{0}\ \boldsymbol{E}\ \mathbf{0}\ \boldsymbol{E}\ \mathbf{0})$ – sąlyginių lygčių koeficientų matrica, $\boldsymbol{E}$ – vienetinė matrica, kurios matmenys 3×3; $\mathbf{0}$ – nulinė matrica, ir jos matmenys 3×9.

n_e epochų $L1$ ir $L2$ kanalų fazių dvigubiesiems skirtumams apdoroti rašome pataisų lygčių sistemą blokiniu pavidalu, prijungdami sąlyginių lygčių sistemą (15):

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{V}&=\boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{T}}+\boldsymbol{L} \\ \boldsymbol{A}_s\tilde{\boldsymbol{T}}&=0 \end{aligned}\right\}, \qquad (16)$$

čia

$$\boldsymbol{V}=\left(\boldsymbol{V}^T(t_1),\boldsymbol{V}^T(t_2),\dots,\boldsymbol{V}^T(t_{n_e})\right)^T,$$

$$\boldsymbol{A}=\left(\boldsymbol{A}^T(t_1),\boldsymbol{A}^T(t_2),\dots,\boldsymbol{A}^T(t_{n_e})\right)^T,$$

$$\boldsymbol{L}=\left(\boldsymbol{L}^T(t_1),\boldsymbol{L}^T(t_2),\dots,\boldsymbol{L}^T(t_{n_e})\right)^T.$$

Spręsdami lygčių sistemą (16) taikome mažiausiųjų kvadratų metodo sąlygą

$$\Phi=\boldsymbol{V}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}+2\boldsymbol{k}^T\boldsymbol{A}_s\tilde{\boldsymbol{T}}=\min.$$

Toliau gauname

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\tilde{\boldsymbol{T}}}=2\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{V}+2\boldsymbol{A}_s^T\boldsymbol{k}=0, \qquad (17)$$

čia $\boldsymbol{P}$ – nešlio fazių dvigubųjų skirtumų svorių matrica $(6\boldsymbol{n}_e\times 6\boldsymbol{n}_e)$, $\boldsymbol{k}$ – koreliatų (Lagranžo daugiklių) vektorius $(r\times 1)$, $r=3$ – sąlyginių lygčių skaičius. Svorių matrica $\boldsymbol{P}$ sudaroma pagal metodiką, pateiktą straipsnyje [11].

Į lygybę (17) įrašę $\boldsymbol{V}$ išraišką iš sistemos (16) ir prijungę sąlyginių lygčių sistemą (15) gauname jungtinę lygčių sistemą:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{N}\tilde{\boldsymbol{T}}+\boldsymbol{A}_s^T\boldsymbol{k}+\boldsymbol{\omega}&=0 \\ \boldsymbol{A}_s\tilde{\boldsymbol{T}}&=0 \end{aligned}\right\}, \qquad (18)$$

čia $\boldsymbol{N}=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{L}$.

Šios sistemos sprendinys

$$\tilde{\boldsymbol{T}}_0=\begin{pmatrix}\tilde{\boldsymbol{T}} \\ \boldsymbol{k}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{N} & \boldsymbol{A}_s^T \\ \boldsymbol{A}_s & 0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\boldsymbol{\omega} \\ 0\end{pmatrix}=\boldsymbol{N}_0^{-1}\boldsymbol{\omega}_0. \qquad (19)$$

Atvirkštinei matricai $\boldsymbol{N}_0^{-1}$ skaičiuoti taikome blokinę išraišką pagal K. R. Koch metodą [3]:

$$\boldsymbol{N}_0^{-1}=\left(\begin{array}{c|c}\boldsymbol{N}^{-1}+\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{F}^T & -\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}^{-1} \\ -\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{F}^T & \boldsymbol{H}^{-1}\end{array}\right)=\begin{pmatrix}\boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22}\end{pmatrix}, \qquad (20)$$

čia $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{A}_s^T$, $\boldsymbol{H}=-\boldsymbol{A}_s\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{A}_s^T$.

Lygčių sistemos sprendinys (19) rodo visų trijų trikampio stygų išlygintųjų koordinačių prieaugių $\Delta\tilde{\boldsymbol{X}}_{ij}$, $\Delta\tilde{\boldsymbol{Y}}_{ij}$, $\Delta\tilde{\boldsymbol{Z}}_{ij}$ reikšmes bei nešlio fazių dvigubųjų skirtumų sistemingųjų komponenčių $\gamma_{1,\boldsymbol{ij}}^{\boldsymbol{kl}}$, $\gamma_{2,\boldsymbol{ij}}^{\boldsymbol{kl}}$ reikšmes, kurioms įtakos turi jonosfera.

3. Išlygintųjų parametrų tikslumo įvertinimas

Mažiausiųjų kvadratų metodu pagal formulę (19) apskaičiuotos parametrų ir koreliatų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_0=\left(\tilde{\boldsymbol{T}}^T,\boldsymbol{k}^T\right)^T$ reikšmės tikslumas įvertinamas kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_0}$:

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_0}=\boldsymbol{N}_0^{-1}\boldsymbol{K}_{\omega_0}\boldsymbol{N}_0^{-1}, \qquad (21)$$

čia $\boldsymbol{K}_{\omega_0}$ – sistemos (18) laisvųjų narių vektoriaus $\boldsymbol{\omega}_0=\left(\boldsymbol{\omega}^T\ 0^T\right)^T$ kovariacijų matrica.

Kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\omega_0}$ yra lygi

$$\boldsymbol{K}_{\omega_0}=\mathrm{M}\left\{\begin{pmatrix}\omega-\mathrm{M}\omega \\ 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega-\mathrm{M}\omega \\ 0\end{pmatrix}^T\right\}=$$

$$\mathrm{M}\begin{pmatrix}\delta\omega\cdot\delta\omega^T & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{K}_\omega & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}, \qquad (22)$$

čia M – vidurkio (matematinės vilties) simbolis, $\delta\omega=\omega-\mathrm{M}\,\omega$.

Vektoriaus $\boldsymbol{\omega}$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\omega}}$ gaunama iš formulės:

$$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\omega}}=\left(\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\right)\boldsymbol{K}_L\left(\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\right)^T=\sigma_0^2\,\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}=\sigma_0^2\,\boldsymbol{N}, \qquad (23)$$

čia $\boldsymbol{K_L} = \boldsymbol{K}_\Phi = \sigma_0^2 \boldsymbol{P}^{-1}$ – nešlio fazių dvigubųjų skirtumų kovariacijų matrica, σ_0 – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis.

Galutinė vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_0$ kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_0}$ išraiška, įvertinus (22), (23):

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_0} = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{N} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} \end{pmatrix} =$$

$$\sigma_0^2 \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{11}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{11}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{12} \\ \boldsymbol{Q}_{21}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{21}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{12} \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_0}$ blokinė dalis

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_{0,11}} = \boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}} = \sigma_0^2 \boldsymbol{Q}_{11}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{11} \quad (25)$$

apibūdina parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}$ tikslumą. Blokinė dalis $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_{0,22}} = \sigma_0^2 \boldsymbol{Q}_{21}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{12}$ apibūdina koreliatų vektoriaus $\boldsymbol{k}$ tikslumą.

Standartinio nuokrypio σ_0 įvertis skaičiuojamas pagal formulę:

$$\sigma_0^2 \approx m_0^2 = \frac{1}{n - k_0} \boldsymbol{V}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{P}\boldsymbol{V}, \quad (26)$$

čia $n = 6n_e$, $k_0 = 12 \cdot 3 = 36$ – parametrų skaičius.

Formulės (19), (20) rodo, kad tuo atveju, kai nėra taikomos sąlyginės lygtys (15), išlygintųjų parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}$ tikslumas įvertinamas kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}'_{\tilde{\boldsymbol{T}}} = \sigma_0^2 \boldsymbol{N}^{-1}$.

Pagal formulę (20) matyti, kad $\boldsymbol{Q}_{11,\boldsymbol{ii}} > \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{ii}}^{-1}$, t. y. tarp diagonaliųjų narių egzistuoja nelygybė.

Taikydami formulę (25) galime tvirtinti, jog $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}},\boldsymbol{ii}} = \sigma_0^2 \left(\boldsymbol{Q}_{11}\boldsymbol{N}\boldsymbol{Q}_{11}\right)_{\boldsymbol{ii}} > \boldsymbol{K}'_{\tilde{\boldsymbol{T}},\boldsymbol{ii}} = \sigma_0^2 \left(\boldsymbol{N}^{-1}\right)_{\boldsymbol{ii}}$. Taigi pastaroji nelygybė rodo, kad išlygintųjų parametrų $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$ dispersijos $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}},\boldsymbol{ii}} = \boldsymbol{D}\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$, kai taikomos papildomos sąlyginės lygtys (15), yra didesnės už dispersijas $\boldsymbol{K}'_{\tilde{\boldsymbol{T}},\boldsymbol{ii}} = \boldsymbol{D}'\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$, gautas netaikant sąlyginių lygčių. Lygybės (20) blokinės dalies $\boldsymbol{Q}_{11}$ dedamoji $\boldsymbol{F}\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} = \Delta\boldsymbol{N}^{-1}$ rodo, kokia dalimi padidėja $\boldsymbol{N}^{-1}$ matricos elementai, apibūdinantys išlygintųjų parametrų tikslumą, kai netaikomos sąlyginės lygtys.

4. Išvados

1. Jonosferos klaidų sistemingosioms komponentėms nustatyti siūlomas nešlio fazių dvigubųjų skirtumų parametrinių lygčių kartu su papildomomis koordinačių prieaugių sąlyginėmis lygtimis variantas. Taikant sąlygines lygtis sumažėja išlygintųjų parametrų reikšmių tikslumas, nes tam tikra matavimų informacijos dalis yra panaudojama papildomiems parametrams – koreliatams skaičiuoti.

2. Apskaičiuotų parametrų kovariacijų matricų išraiškos, gautos taikant ir netaikant papildomas sąlygines koordinačių prieaugių lygtis, rodo, kokia dalimi padidėja išlygintųjų parametrų dispersijos, taikant sąlygines lygtis, palyginti su dispersijomis, kai sąlyginės lygtys netaikomos.

Literatūra

1. BAUER, M. *Vermessung und Ortung mit Satelliten*. Heidelberg: Wichmann, 1994. 274 S.
2. HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H. and COLLINS, J. Global Positioning System. In *Theory and Practice*. Wien, New York: Springer-Verlag, 1992. 326 p.
3. KOCH, K. R. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2000. 225 S.
4. LEICK, A. *GPS Satellite Surveying*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons, 1995. 352 p.
5. TEUNISSEN, P. J. G. An optimality property of the integer least-squares estimator. *Journal of Geodesy,* 1999, No 73. Berlin: Springer-Verlag, p. 275–284.
6. HANKEMEIER, P. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. Multifunktionale GNSS-Referenzstationsysteme für Europa. *Workshop von 4*. 5. März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, S. 16–23.
7. YIH HWA HO; AHMAD FAIZAL MOHD; ZAIN MARDINA ABDULLAH; ABDUL GHAFFAR RAMLI; WAN SALWA; WAN HASSAN. Equatorial TEC Variations During the Geomagnetic Storm of July 15–17, 2000. In *2002 – the 27th triennial General Assembly of the International Union of Radio Science*. Maastricht, 2002.
8. GAO, Y.; and LIU, Z. Z. Precise Ionosphere Modeling Using Regional GPS Network Data. *Journal of Global Positioning Systems,* 2002, Vol 1, No 1, p. 18–24.
9. PULINETS, S. A. and LIU, J. Y. Ionospheric variability unrelated to solar and geomagnetic activity. *Adv. Space Rec*., 2004, 34, p. 1926–1933.
10. SKEIVALAS, J. Accuracy determination of the coordinates augmentations of GPS vectors by measuring double phase shifts of the carrier. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija),* 2003, Vol XXIX, No 4, p. 115–118 (in Lithuanian).
11. SKEIVALAS, J. Usage of double carrier phase differences for ionospheric influence elimination in coordinates determination. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija),* 2005, Vol XXXI, No 3, p. 88–91 (in Lithuanian).

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil. Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania. Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705,
e-mail: *jonas.skeivalas@ap.vgtu.lt.*

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.