

UDK 528.14

## GPS IR GSM HIBRIDINIŲ SISTEMŲ TAIKymo ERDVINĖMS KOORDINATĖMS NUSTATYTI ANALIZĖ

Robertas Dargis

UAB „Eika“, A. Goštauto g. 40 A, LT-01112 Vilnius, Lietuva,  
el. paštas: robertas@eika.lt

[teikta 2007 05 28, priimta 2007 06 29

**Santrauka.** Straipsnyje analizuojamas taškų koordinatėms nustatymo urbanizuotose teritorijose bei pastatų viduje metodas, taikant GPS ir GSM hibridines sistemas. Šiuo metodu taškų koordinatės nustatomos sudarant triliteracijos tinklą, pradiniais taškais laikant GPS metodu koordinuotas GSM tinklo stotis. Atstumai tarp GSM stočių ir mobiliojo GSM imtuvo gali būti randami pagal GSM signalų amplitudę bei sklidimo trukmę.

Taškų erdvinėms koordinatėms skaičiuoti taikomas linijinės sankirtos metodas, sprendžiant mažiausiųjų kvadratų metodu linearizuotų parametrinių lygčių sistemą. Nustatomų taškų koordinatėms tikslinti galima taikyti iteracinį filtrą. Nagrinėjamas nustatytų taškų koordinatėms tikslumas.

**Reikšminiai žodžiai:** GPS, GSM, triliteracija, kovariacija, mažiausiųjų kvadratų metodas.

### 1. Įvadas

GPS sistemos taškų koordinatėms nustatyti bei navigacijai paprastai yra sunkiai pritaikomos urbanizuotose teritorijose ir pastatuose. Taip yra dėl labai silpnų GPS signalų, kurie urbanizuotose teritorijose bei pastatų viduje dar labiau susilpnėja, kai signalų stiprio slopinimo faktorius siekia 100 ir daugiau [1]. Šiai problemai spręsti skirta nemažai straipsnių [1–5], kuriamos įvairios multisensorių sistemos, kaip pvz., *FWF-Projekt NAVIO*. Atliekant tyrimus objektų padėties nustatymo tikslumas siekia nuo keleto iki keleto dešimčių metrų.

Straipsnyje analizuojamas taškų koordinatėms nustatymo ir navigacijos metodas taikant GPS ir GSM hibridines sistemas. Taškų koordinatėms urbanizuotose teritorijose bei pastatuose nustatyti sudaromas triliteracijos tinklas, į kurį įtraukiama GSM stotis ir mobilieji GSM imtuvai [6]. GSM stotis yra triliteracijos tinklo pradiniai taškai, jų koordinatės nustatomos GPS metodu. Trilateracijos tinklo stygos, t. y. atstumai tarp GSM stočių ir mobiliųjų GSM imtuvų, gaunami pagal GSM signalų amplitudę bei sklidimo trukmę.

Taškų erdvinėms koordinatėms skaičiuoti taikomas linijinės sankirtos metodas, sprendžiant mažiausiųjų kvadratų metodu linearizuotų parametrinių lygčių sistemą. Sistemos sprendinys tikslinamas iteracijomis ir taikant Kalmano filtrą. Rezultatų tikslumas įvertinamas pagal apskaičiuotų taškų koordinatėms kovariacijų matricos įverčius.

### 2. Teorinis principas

Taško erdvinėms koordinatėms nustatyti, taikant triliteracijos metodą, būtina išmatuoti linijų ilgius tarp bazinių GSM stočių ir mobiliojo GSM imtuvo. Matuojama automatinio režimu. Atstumą tarp GSM stočių bei tarp GSM stoties ir mobiliojo GSM imtuvo galima nustatyti pagal GSM signalo sklidimo laiko intervalą arba signalo amplitudę. GSM signalo sklidimo laiko intervalas  $\tau_{1i}$  kalibruojamas taikant išmatuotą signalo sklidimo tarp GSM stočių, kurių koordinatės žinomos, intervalą  $\tau_{12}$ . Taigi atstumą tarp GSM stoties ir mobiliojo GSM imtuvo galime rasti taip:

$$S_{1i} = \frac{\tau_{1i}}{\tau_{12}} S_{12}, \quad (1)$$

čia  $S_{1i}$  – atstumas tarp GSM stoties 1 ir mobiliojo imtuvo  $i$ ,  $S_{12}$  – atstumas tarp dviejų GSM stočių,  $\tau_{1i}$  – signalo sklidimo laiko intervalas tarp stoties 1 ir imtuvo  $i$ ,  $\tau_{12}$  – signalo sklidimo laiko intervalas tarp dviejų GSM stočių.

Analogiškai galima kalibruoti GSM signalo stiprumą, t. y. amplitudę, tad matuojamo atstumo išraiška būtų:

$$S_{1i} = \frac{A_{1i}}{A_{12}} S_{12}, \quad (2)$$

čia  $A_{1i}$ ,  $A_{12}$  – atitinkamų signalų amplitudės.

Atstumai tarp GSM stočių apskaičiuojami pagal jų erdvinės koordinatas, išmatuotas GPS metodu.

Laikydami, kad GSM stočių ir GSM mobiliųjų imtuvų kvarcinių generatorių signalų dažnių santykinis tikslumas apibrėžiamas reikšme  $10^{-4}$ , t. y.  $\sigma_f/f = 10^{-4}$ , pagal formulę (1) galime parašyti:

$$\sigma_{S_{1i}}^2 = \left( \frac{S_{12}}{\tau_{12}} \right)^2 \sigma_{\tau_{1i}}^2 + \left( \frac{\tau_{1i}}{\tau_{12}^2} \right)^2 S_{12}^2 \sigma_{\tau_{12}}^2, \quad (3)$$

čia  $\sigma_{\tau_{12}}, \sigma_{\tau_{1i}}$  – atitinkamų dydžių standartiniai nuokrypiai.

Priklausomai nuo GSM generatorių signalų dažnių santykinio tikslumo maždaug tokiu pat santykiniu tikslumu įmanoma nustatyti laiko intervalą  $\tau$ , nes jis yra pakankamai mažas:

$$\frac{\sigma_f}{f} = \frac{\sigma\left(\frac{1}{T}\right)}{\frac{1}{T}} = \frac{\frac{1}{T^2} \sigma_T}{\frac{1}{T}} = \frac{\sigma_T}{T} \approx \frac{\sigma_\tau}{\tau},$$

čia  $f, T$  – signalų dažnių ir periodų simboliai.

Formulėje (3) taikydami konkrečias reikšmes, kai  $S_{1i} \approx S_{12} = 10$  km,  $\tau_{1i} \approx \tau_{12}$ ,  $\sigma_\tau / \tau = 10^{-4}$ , gauname

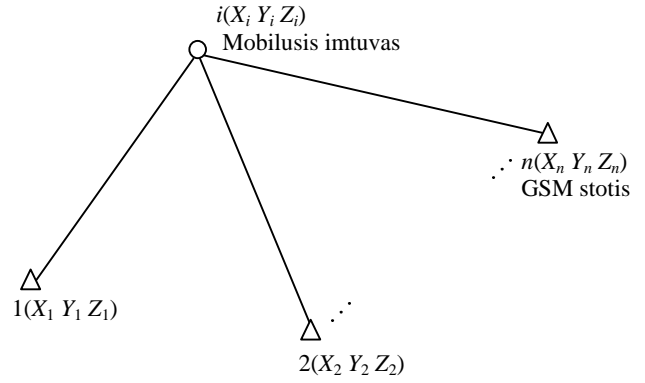
$$\sigma_{S_{1i}} = \sqrt{2} S_{12} \cdot 10^{-4} = 1,4 \text{ m.}$$

Šie rezultatai rodo, kad GSM mobiliojo imtuvo erdvinės koordinatas įmanoma nustatyti su standartiniu nuokrypiu  $\sigma_x \approx \sigma_y \approx \sigma_z \approx 1,4$  m. GSM mobiliojo imtuvo erdvinėms koordinatėms nustatyti pagal daugkartinę linijinę sankirtą taikoma parametrinių lygčių sistema (žr. pav.):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_{1i} &= \left( \Delta \tilde{X}_{1i}^2 + \Delta \tilde{Y}_{1i}^2 + \Delta \tilde{Z}_{1i}^2 \right)^{1/2} \\ \dots & \dots \\ \tilde{S}_{ni} &= \left( \Delta \tilde{X}_{ni}^2 + \Delta \tilde{Y}_{ni}^2 + \Delta \tilde{Z}_{ni}^2 \right)^{1/2} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

čia  $\tilde{S}_{ni}$  – išlygintoji  $ni$ -tosios linijos ilgio reikšmė;  $\Delta \tilde{X}_{ni} = \tilde{X}_i - X_n$ ,  $\Delta \tilde{Y}_{ni} = \tilde{Y}_i - Y_n$ ,  $\Delta \tilde{Z}_{ni} = \tilde{Z}_i - Z_n$  – atitinkami išlyginti koordinatėms prieaugiai;  $\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i$  – GSM mobiliojo imtuvo išlygintosios koordinatės,  $X_n, Y_n, Z_n$  – GSM bazinės stoties koordinatės.

Parametrinių lygčių sistema linearizuojama  $i$ -tojo mobiliojo imtuvo apytikrių koordinatėms srityje, pavyzdžiui, apytikrėmis koordinatėmis galima laikyti GSM stočių atitinkamų koordinatėms vidurkius. Linearizuotą pataisų lygčių sistema:



Daugkartinės linijinės sankirtos schema  
Schema of multivariant linear intersection

$$\left. \begin{aligned} v_{1i} &= a_{11}\tau x_i + a_{12}\tau y_i + a_{13}\tau z_i + l_{1i} \\ \dots & \dots \\ v_{ni} &= a_{n1}\tau x_i + a_{n2}\tau y_i + a_{n3}\tau z_i + l_{ni} \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

čia  $v_{ni}$  –  $ni$ -tosios išmatuotos linijos ilgio pataisa;  $a_{n1} = (\Delta x_{ni} / S_{ni})_0$ ,  $a_{n2} = (\Delta y_{ni} / S_{ni})_0$ ,  $a_{n3} = (\Delta z_{ni} / S_{ni})_0$  –  $ni$ -tosios pataisų lygties koeficientai, apskaičiuoti žinant apytikres koordinatas;  $\tau x_i, \tau y_i, \tau z_i$  –  $i$ -tojo GSM mobiliojo imtuvo apytikrių koordinatėms pataisais;  $l_{ni} = (S_{ni,0} - S_{ni})$  –  $ni$ -tosios pataisų lygties laisvasis narys;  $S_{ni,0}$  – apytikris  $ni$ -tosios linijos ilgis, apskaičiuotas pagal apytikres  $i$ -tojo imtuvo koordinatas;  $S_{ni}$  – išmatuotas  $ni$ -tosios linijos ilgis.

Taikant erdvinės trilateracijos metodą, išmatuotų linijų skaičius turi atitikti nelygybę  $n \geq 3$ . Kuo didesnis išmatuotų linijų skaičius, tuo tiksliau, taikant mažiausiųjų kvadratų metodą, galima nustatyti  $i$ -tojo imtuvo koordinatas.

Parametrinių pataisų lygčių sistema (5) matricų pavidalu užrašoma

$$V = A\tau + L, \quad (6)$$

čia  $V$  – išmatuotų linijų ilgių pataisų vektorius,  $A$  – pataisų lygčių koeficientų matrica  $n \times 3$ ,  $\tau$  –  $i$ -tojo imtuvo apytikrių koordinatėms pataisų vektorius,  $L = S_0 - S$  – laisvųjų narių vektorius,  $S_0$  – apytikrių linijų ilgių vektorius,  $S$  – išmatuotų linijų ilgių vektorius.

Vektoriaus  $\tau$  reikšmė gaunama kaip normalinių lygčių sistemos sprendinys:

$$\tau = -N^{-1}\omega = -N^{-1}A^T PL, \quad (7)$$

čia  $N = A^T PA$  – normalinių lygčių koeficientų matrica,  $P$  – išmatuotų linijų ilgių svorių matrica,  $\omega = A^T PL$  – normalinių lygčių laisvųjų narių vektorius.

Kadangi  $i$ -tojo imtuvo pradinės apytikrės koordinatės nustatomos su didelėmis klaidomis, tai normalinių lygčių sistema sprendžiama iteravimo metodu. Vektoriaus  $\tau$  reikšmė tikslinama tol, kol dviejų gretimų iteracijų rezultatų skirtumas bus mažesnis už iš anksto pasirinktą teigiamąjį skaičių  $\varepsilon$ , apibūdinantį matavimų ir skaičiavimų tikslumą.

Išlygintųjų  $i$ -tojo imtuvo koordinačių vektoriaus reikšmė yra lygi

$$\tilde{T} = T_0 + \tau,$$

$$\tilde{T} = (\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i)^T, \quad T_0 = (X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0})^T.$$

Išlygintųjų  $i$ -tojo imtuvo koordinačių vektoriaus  $\tilde{T}$  kovariacijų matrica  $K_{\tilde{T}}$  skaičiuojama taip

$$K_{\tilde{T}} = K_{T_0} + K_{\tau} = K_{\tau},$$

nes  $K_{T_0} = 0$ , kai išlyginimo procedūrose fiksuotas nekintantis  $i$ -tojo taško apytikrių koordinačių vektorius.

Pataisų vektoriaus  $\tau$  kovariacijų matrica  $K_{\tau}$ , taikant lygybę (7), gaunama taip:

$$K_{\tau} = K_{\tilde{T}} = (N^{-1}A^T P) K_L (N^{-1}A^T P)^T = \sigma_0^2 N^{-1}, \quad (8)$$

čia  $K_L = K_{S_0} + K_S = K_S = \sigma_0^2 P^{-1}$ , nes  $K_{S_0} = 0$ .

Išlygintųjų linijų ilgių vektoriaus  $\tilde{S}$  kovariacijų matrica  $K_{\tilde{S}}$ , taikant lygybę (6), yra lygi

$$K_{\tilde{S}} = A K_{\tau} A^T = \sigma_0^2 A N^{-1} A^T. \quad (9)$$

### 3. Išvados

1. Pasiūlytas GPS ir GSM hibridinės sistemos metodas vartotojo erdvinėms koordinatėms nustatyti, taikant erdvinės trilateracijos principą. Linearizuotoji parametrinių pataisų lygčių sistema koordinatėms nustatyti sprendžiama mažiausių kvadratų metodu.

2. Pateikiamos atitinkamos formulės GSM signalų sklidimo laiko intervalui  $\tau$  ir signalų amplitudei (stipriui) kalibruoti.

### Literatūra

1. EISSFELLER, B.; TEUBER, A.; ZUCKER, P. Indoor – GPS: Ist der Satellitenempfang in Gebäuden möglich? *Z. f. Vermessungswesen*, 2005, No 4. Verlag K. Witwer, S. 226–234.
2. INGENSAND, H. und BIZI, P. Technologien der GSM-Positionierungsverfahren. In *Allgemeine Vermessungsnachrichten*, Wichmann Verlag, 2001, Heft 8–9, S. 286–294.
3. RETSCHER, G.; KISTENISCH, M. Vergleich von Systemen zur Positionsbestimmung und Navigation in Gebäuden. *Z. f. Vermessungswesen*, 2006, No 1. Verlag K. Witwer, S. 25–35.
4. THIENELT, M.; EICHHORN, A.; REITERER, A. Kartenunabhängige Fussgängerortung – Prototyp eines wissensbasierten Kalman – Filters (WiKaF). *Z. f. Vermessungswesen*, 2006, No 4. Verlag K. Witwer, S. 183–190.
5. RETSCHER, G.; KILLER, Ch. Test und Integration von Sensoren für die Positions Bestimmung in einem Fussgängernavigationssystem. *Z. f. Vermessungswesen*, 2006, No 6. Verlag K. Witwer, S. 345–351.
6. SKEIVALAS, J.; DARGIS, R. The accuracy of spatial coordinates determined by trilateration method. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, 2006, Vol XXXII, No 4, p. 92–96 (in Lithuanian).

---

**Robertas DARGIS**. Director UAB „Eika“, A. Goštauto g. 40A, LT-01112 Vilnius, Lithuania.

Dipl. Eng. (1984). President of the Lithuanian association of real estate developers.

Research interests: engineering geodesy, adjustment of geodetic networks.