STATYBINĖS KONSTRUKCIJOS IR TECHNOLOGIJOS
ENGINEERING STRUCTURES AND TECHNOLOGIES
2010
2(3): 101–105

doi: 10.3846/skt.2010.14

PLIENINIO RĖMO PLASTINĖS DEFORMACIJOS: STATIKA IR DINAMIKA

Vytautas Kargaudas[1], Nerijus Adamukaitis[2]

Kauno technologijos universitetas, Studentų g. 48, LT-51367 Kaunas, Lietuva
El. paštas: [1]vytautas.kargaudas@ktu.lt; [2]nerijus.adamukaitis@stud.ktu.lt

Įteikta 2010 07 02; priimta 2010 08 31

Santrauka. Plastinės deformacijos atsiranda, kai plieninį rėmą veikia ekstremalios apkrovos. Jei plieninėje kolonoje yra tampriosios ir plastinės deformacijos, tai įtempių išsidėstymas skerspjūvyje priklauso nuo lenkimo momento ir gniuždymo jėgos. Vienpusis arba dvipusis takumas priklauso nuo momento ir ašinės jėgos, todėl kolonos kreivis ir ašinė santykinė deformacija gali būti apskaičiuoti, kai takumo priklausomybės nustatytos. Aukščiausio kolonos taško ašinis ir skersinis poslinkiai apskaičiuojami integruojant ir priklauso nuo dviejų argumentų: lenkimo jėgos ir gniuždymo jėgos. Svarbi savybė, susijusi su plastinėmis deformacijomis, yra jų priklausomybė nuo apkrovimo istorijos, t. y. nuo apkrovimo eigos. Jei tiriamoji problema yra kvazistatinė, tai apkrovimo eiga gali būti paties tyrėjo laisvai parenkama. Jei tiriama plieninio rėmo dinamika, tai rėmo apkrova, inercijos jėgos turi būti atrasti. Ne tik ribinė reikšmė, bet ir artėjimo kelias prie plastinio stūmoklio – plastinio lanksto – turi būti atrastas ir yra svarbus. Lenkiama ir gniuždoma kolona yra viena iš konstrukcijų, kuriai dinaminė analizė svarbi.

Reikšminiai žodžiai: plieninis rėmas, plastiškumas, gniuždoma kolona, lenkiama kolona, statika, dinamika.

1. Įvadas

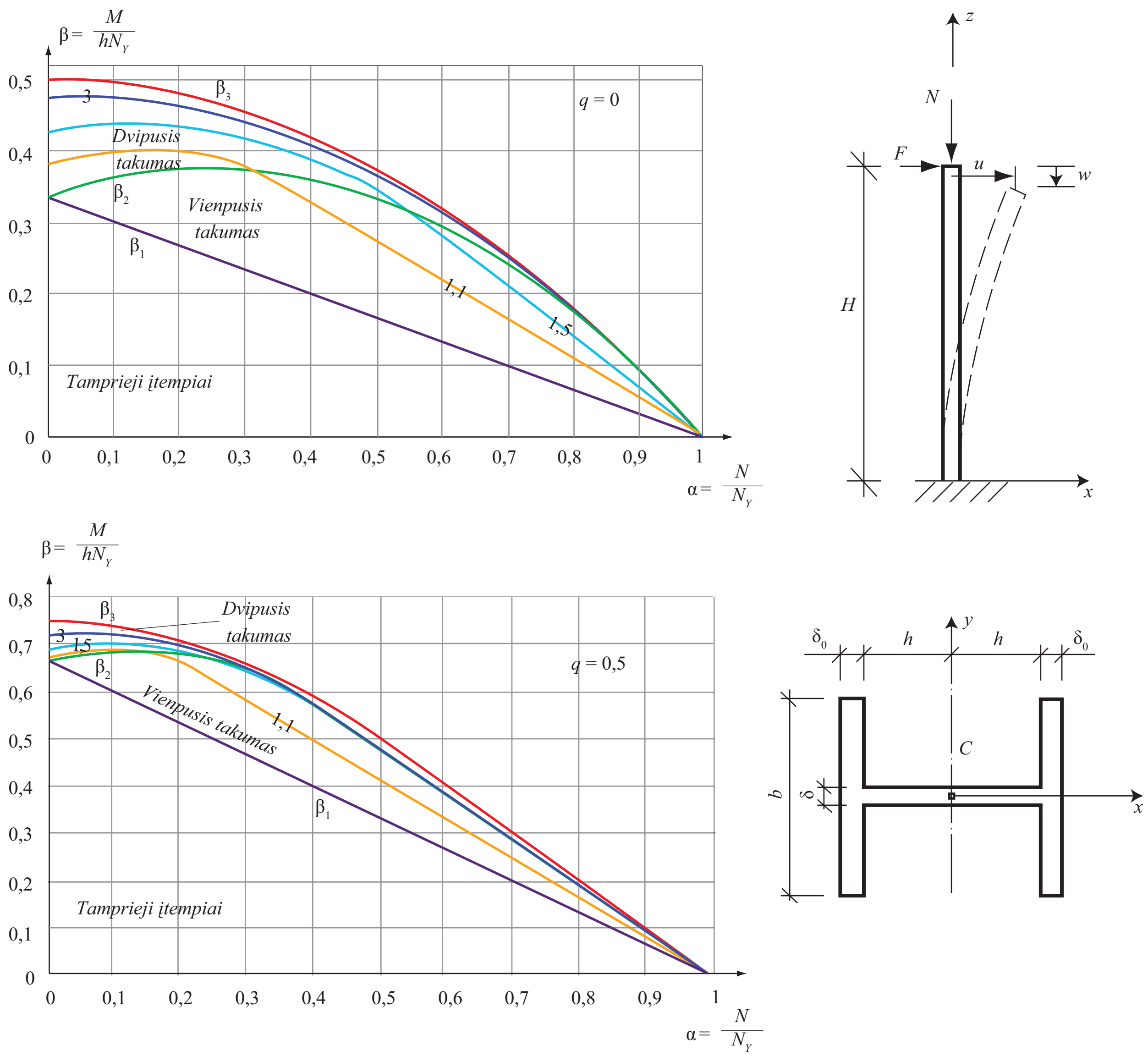
Plieninės konstrukcijos dažniausia apkraunamos taip, kad didžiausi įtempiai jose nesiekia takumo įtempių σ_Y. Tokių konstrukcijų skaičiavimai yra palyginti paprasti – visos deformacijos ir visos jėgos, veikiančios konstrukciją, yra susieti tiesinėmis lygybėmis. Tyrimai keičiasi iš esmės, jei kurioje nors vienoje vietoje arba keliuose pjūviuose įtempiai pasiekia σ_Y, o plastinės deformacijos tuose pjūviuose yra didelės. Tokiu atveju įtempiai ir poslinkiai visoje konstrukcijoje yra kitokie, negu apskaičiuoti remiantis tiesine tampria teorija. Pabrėžtina, kad po net ir labai didelių plastinių deformacijų plieninė konstrukcija dar gali nesugriūti, todėl neracionalu konstrukciją tyrinėti vien tik tampriųjų deformacijų zonoje. Iš tiesų, jei, esant retai pasitaikančiai labai didelei apkrovai, konstrukcija bus daug deformuota, bet nesugrius, tai gali būti praktiškai priimtina. Neverta projektuoti tokio plieninio rėmo, kurio visos deformacijos būtų tik tampriosios, jei ir po plastinių deformacijų, esant ypač retam apkrovimui, tas rėmas nesuiro ir po remonto vėl gali būti toliau sėkmingai naudojamas. Netamprių strypinių konstrukcijų ir plokščių skaičiavimo pagrindus aprašė Atkočiūnas ir Čižas (2009).

Retos, bet ypač didelės apkrovos gali būti statinės arba dinaminės. Skaičiavimas statinėms apkrovoms daug kuo skiriasi nuo dinaminio skaičiavimo. Viena iš problemų – kartotinės apkrovos ir liekamosios deformacijos. Netiesinė plieninės konstrukcijos reakcija į seisminę kartotinę apkrovą aprašyta Fragiacomo, Amadio, Macorini (2004). Aptariama vieno laisvės laipsnio konstrukcijos aproksimacija. Dažnai konstrukciją veikia smūgiai, tuomet didžiausios deformacijos gaunamos esant pirmam nuokrypiui nuo pusiausvyros padėties. Šiuo atveju, esant dinaminei apkrovai, svarbi ne tik didžiausia apkrovos reikšmė, bet ir būdas, kaip toji apkrova pridedama. Soong ir Spencer (2002) aprašo pasyvias disipacines sistemas ir aktyvias kontrolės priemones, skirtas sumažinti didžiausias virpesių amplitudes, atsiradusias dėl vėjo ar seisminio poveikio.

Esant ekstremalioms apkrovoms plieninio rėmo kolonos yra lenkiamos ir gniuždomos, o dėl gniuždymo ir lenkimo sąveikos labai keičiasi didžiausi plastinio lanksto momentai. Ašinių deformacijų svarbą, esant tokioms apkrovoms, aprašo Como, De Stefano, Ramasco (2003). Plastines deformacijas kolonoje galima apytikriai aprašyti taikant plastinio lanksto modelį. Tokią aproksimaciją aprašo Gong (2006) ir pateikia apytikres empirines lenkimo momento priklausomybes nuo plastinio lanksto posūkio. Attalla ir kiti (1994) taip pat teikia pusiau empirinius plastinio lanksto modelius. Visos šios aproksimacijos faktiškai susijusios su statine ekstremalia apkrova ir todėl jas tiesiogiai taikyti dinaminei apkrovai, kai kinta ne tik lenkimo momentas *M*, bet ir ašinė jėga *N*, yra keblu. Elnashai kelia ne retorinį, o praktikams svarbų klausimą – ar iš tiesų reikalinga netamprių konstrukcijų dinaminė analizė (Elnashai 2002). Autorius atsako – visada bus tokių konstrukcijų ir tokių apkrovų, kai netampri dinaminė analizė būtina.

2. Kolonų plastinės deformacijos

Skaičiuojant plastiškai deformuotos gniuždomos ir lenkiamos kolonos arba strypo deformacijas, kyla problema – kaip rasti įtempius skerspjūvyje, kai lenkimo momentas *M* ir gniuždymo jėga *N* viršija reikšmes, kurioms esant deformacijos yra tamprios. Net ir tuo atveju, kai pasirinktas palyginti paprastas idealiai tampriai plastinės medžiagos modelis (Prantlio modelis) nubraižyti įtempių diagramą ne stačiakampiam skerspjūvio profiliui sudėtinga. Pirmiausia reikia nustatyti, ar takumo įtempiai σ_Y yra tik vienoje skerspjūvio pusėje, ar jie atsiranda abiejose pusėse. Taigi *M*, *N* plokštumoje reikia rasti tampriųjų deformacijų sritį, vienpusio takumo ir dvipusio takumo sritis (Žiliukas *et al.* 2006). 1 pav. parodyti du grafikai, priklausantys nuo formos parametro $q = 2A_1/A$, čia A_1 – lentynos plotas, A –



1 pav. Įtempių pasiskirstymo dvitėjo profilio kolonos skerspjūviuose dėsningumai.
Fig. 1. Stress distribution dependences of a column with double tee cross-section shape.

viso dvitėjo profilio skerspjūvio plotas, $N_Y = A\sigma_Y$. Iš grafikų matyti, kad kai $q = 0$ (t. y. kai kolona yra stačiakampio skerspjūvio), tai, esant bet kuriam $N = const$ ir didėjant momentui *M*, po tampriųjų įtempių visame skerspjūvyje atsiranda vienpusis takumas, paskui eina dvipusis takumas (linija β_2) ir plastinis lankstas (linija β_3). Išimtis yra tuo atveju, jei $N = 0$, tuomet vienpusio takumo nėra. Jei $q > 0$, tai linija β_2 pasiekia plastinio lanksto liniją β_3 taške $\beta_3 = 1 - q$, todėl kai $\beta_3 > 1 - q$, dvipusio takumo zona dingsta. Iš tikrųjų tai tam tikras priartėjimas, gaunamas laikant kolonos lentynos plotį δ_o labai mažu, palyginti su sienelės aukščiu *2h* (1 pav.). Iš tikrųjų ir esant $q > 0$ bei $\beta_3 > 1 - q$, būtų labai siaura dvipusio takumo zona, kurios tolesniuose tyrimuose nepaisome.

1 pav. parodytos linijos, kuriose atidėti santykiai $u(1)/u_o(1)$ = 1,1, 1,2... Čia $u_o(1)$ yra viršutinio kolonos taško skersinis poslinkis teigiant, kad visoje kolonoje nėra takumo įtempių nes $\sigma_Y \to \infty$, o $u(1)$ yra to paties taško poslinkis, kai atsižvelgiama į tikruosius takumo įtempius σ_Y. Visoje tampriųjų įtempių zonoje šis santykis lygus vienetui, o perėjus į vienpusį ar dvipusį takumą santykis auga ir artėja prie begalybės, kai artėjama prie plastinio lanksto β_3. Pabrėžtina, kad vienpusio ir dvipusio takumo zonas svarbu nustatyti todėl, kad formulės, kuriomis remiantis skaičiuojamos deformacijos, tiems dviem atvejams yra visiškai skirtingos.

Laikome, kad kolonos gniuždymo jėga yra pastovi visu kolonos ilgiu, o momentas keičiasi tiesiškai priklausydamas nuo išilginės koordinatės z (1 pav.). Jei viršutiniame kolonos taške nėra lanksto, tai momentas tame taške gali nebūti lygus nuliui. Tuomet 1 pav. parodytoje schemoje turėtume integruoti išilgai vertikalios linijos, bet ne nuo reikšmės $\beta = 0$, o nuo kurios nors kitos.

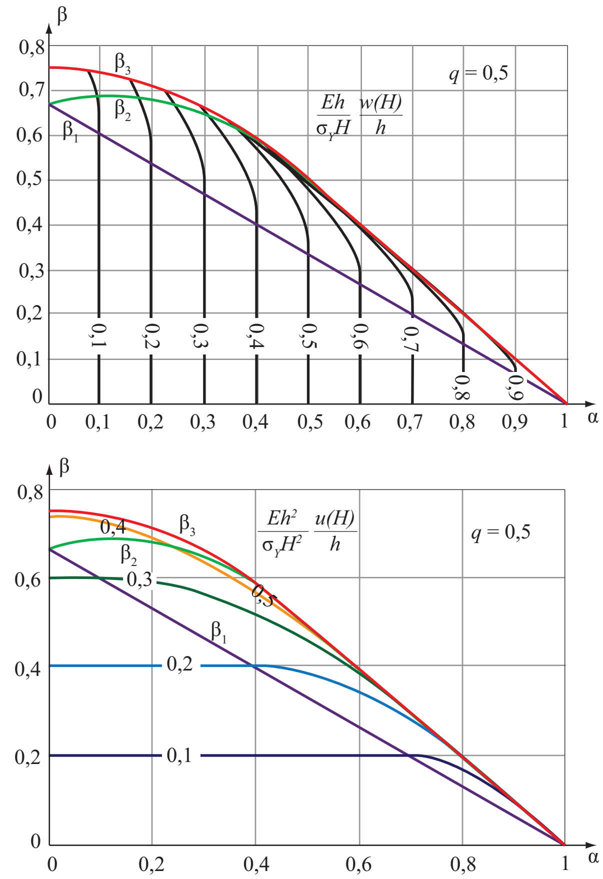
3. Poslinkių priklausomybės nuo ašinių ir skersinių jėgų

Jei visi įtempiai kolonoje $\sigma \le \sigma_Y$, tai skersiniai poslinkiai *u* priklauso tik nuo skersinės jėgos *F*, o ašiniai poslinkiai *w* tik nuo ašinės jėgos *N*. Bet kai prasideda plastinės deformacijos, kolonos santykinė deformacija $\varepsilon = dw/dz$ ir kreivis d^2u/dz^2 priklauso nuo abiejų šių jėgų *N* ir *F* (Kargaudas, Adamukaitis 2010), todėl $u = u(F, N)$, $w = (N, F)$. 2 pav. parodytos poslinkių priklausomybės nuo abiejų jėgų, aprašytų bedimensiais parametrais $\alpha = N/N_Y$, $\beta = M/N_Y h$. Matyti, kad iki linijos β_1, kuri riboja tampriąsias ir plastines deformacijas, skersinis poslinkis *u* nepriklauso nuo ašinės jėgos $N = \alpha N_Y$, o ašinis poslinkis *w* nepriklauso nuo momento $M = \beta N_Y h$. Tarp linijų β_1 ir linijų β_3, kurios aprašo plastinį lankstą, priklausomybės keičiasi. Tiesios linijos kreivinasi, poslinkiai *w* ir *u* neaprėžtai auga bet kuriam *N* arba *M* = *FH* artėjant prie plastinio lanksto. Galima apskaičiuoti ir nubraižyti keturis grafikus: du grafikus $u = u(F, N)$, kai pastovi jėga *F*, o kinta *N*, ir atvirkščiai, kai pastovi *N*, o kinta *F*. Paskui analogiškai braižomi du grafikai poslinkiui $w = (N, F)$. Situaciją sudėtingą daro tai, kad, esant duotiems N_1 ir M_1 (arba juos atitinkantiems w_1 ir u_1), gauname skirtingus grafikus, einančius per minėtus taškus grafikuose. Kitaip tariant, atstumai tarp linijų β_1 ir β_3 priklauso nuo to, kokią reikšmę turi pastovia laikoma jėga $N = N_1$ arba $F = F_1$.

Tyrimai rodo, kad ašiniai poslinkiai yra gerokai mažesni už skersinius, o ašinės jėgos daug didesnės už skersines. Esant dinaminei apkrovai, kai konstrukcijai suteiktas tam tikras greitis, esminę reikšmę turi darbas, kurį tos jėgos atlieka. Galima parodyti, kad didesnė jėga atliks mažesnį darbą už tą darbą, kurį atlieka mažesnioji jėga esant realiam dinaminiam poslinkiui. Todėl ašinės jėgos darbo dažnai galima nepaisyti ir atsižvelgti tik į skersinės jėgos *F* darbą. Bet pačios jėgos *N* iš principo negalima nepaisyti, nes nuo jos kitimo priklauso jėga *F*, o jos atliekamas darbas svarbus sustabdant konstrukcijos judėjimą.

Kitas svarbus pažymėtinas veiksnys yra tas, kad prasidėjus netampriosioms deformacijoms svarbi apkrovos istorija – jei yra keletas jėgų, įtempiai nuo kurių viršija takumo įtempius, tai galutinė konstrukcijos deformacijų būklė priklauso nuo to, kokia tvarka tos jėgos pridedamos (Lubliner 2008). Apkrovos istoriją ir konstrukcijos reakciją žingsnis po žingsnio aprašo Xu, Liu ir Grierson (2005). Projektuotojas, pasirinkęs apkrovos augimo istoriją, seka plastinių lankstų susidarymą, kol statinė pusiausvyra tampa nebegalima ir įvyksta griūtis. Reikia pabrėžti, kad tai statinis monotoniškas apkrovos didinimas, kurio metu artėjama prie didžiausios statinės apkrovos. Toks skaičiavimas turi mažai ką bendra su dinaminiu skaičiavimu, kurio metu, be išorinės žadinimo apkrovos, turime atsižvelgti ir į inercijos jėgas, poslinkius ir tų jėgų atliktą darbą. Taigi, jei statiniam konstrukcijos skaičiavimui apkrovos istoriją parenka projektuotojas ir randa atsirandančias konstrukcijos deformacijas bei įtempius, tai dinaminio skaičiavimo deformacijas ir apkrovas reikia apskaičiuoti.

Dinaminio skaičiavimo konstrukcijos judėjimą verta aprašyti kaip savųjų tos konstrukcijos formų sumą. Kadangi aukštesniųjų dažnių savosios (tikrinės) formos gęsta daug greičiau negu žemesnės, tai praktiškai galima apsiriboti tik keliomis savosiomis formo-



2 pav. Bedimensinių poslinkių $\dfrac{Eh}{\sigma_Y H}\dfrac{w(H)}{h}$, $\dfrac{Eh^2}{\sigma_Y H}\dfrac{u(H)}{h}$ priklausomybės nuo tempiančios jėgos $\alpha = N/N_Y$ ir lenkimo momento $\beta = M/N_Y h$

Fig. 2. Dependences of dimensionless deflections $\dfrac{Eh}{\sigma_Y H}\dfrac{w(H)}{h}$, $\dfrac{Eh^2}{\sigma_Y H}\dfrac{u(H)}{h}$ on axial force $\alpha = N/N_Y$ and bending moment $\beta = M/N_Y h$

mis, galbūt tik viena. Net ir tokiu atveju kolonos gniuždymo jėga N ir lenkimo jėga F būtų laiko funkcijos ir, kol visos deformacijos tamprios, abi šias jėgas sietų tiesinė priklausomybė. Kai bent vienoje kolonoje prasideda plastinės deformacijos, padėtis keičiasi iš esmės. Diferencialinės lygtys, aprašančios konstrukcijos judėjimą, tampa netiesinėmis. Tam tikru keliu viena, paskui galbūt ir kita kolona artėja prie plastinio lanksto, o tiksliau – prie plastinio lanksto-stūmoklio, nes tekanti kolona gali linkti ir trumpėti arba ilgėti. Toliau tas plastinis lankstas-stūmoklis gali kisti kintant didžiausiems momentui M_u ir gniuždymo jėgai N_u. Juos atitinančios reikšmės yra ant linijų β_3 (1, 2 pav.).

4. Išvados

1. Konstrukcijos statinis ir dinaminis skaičiavimai kelia skirtingus kriterijus konstrukcijos stiprumui, ir tas skirtumas ypač svarbus esant didelėms plastinėms deformacijoms.
2. Dideles plastines plieno deformacijas galima laikyti pranašumu, kai veikia dinaminės apkrovos.
3. Konstrukcija su lenkiama ir didelių gniuždymo jėgų veikiama kolona yra viena iš konstrukcijų, kuriai netampri dinaminė analizė yra svarbi.

Literatūra

Atkočiūnas, J.; Čižas, A. E. 2009. *Netamprių konstrukcijų mechanika* [Mechanics of inealastic structures]. Vilnius: Technika. 268 p.

Attalla, M. R.; Deierlein, G. G.; McGuire, W. 1994. Spread of plasticity: quasi-plastic-hinge approach, *Journal of Structural Engineering* 120(8): 2451–2473.

Como, M.; Stefano, M. D.; Ramasco, R. 2003. Effects of column axial force – bending moment interaction on inelastic seismic response of steel frames, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 32: 1833–1852.

Elnashai, S. 2002. Do we really need inelastic dynamic analysis? *Journal of Earthquake Engineering* 6: 123–130.

Fragiacomo, M.; Amadio, C.; Macorini, L. 2004. Seismic response of steel frames under repeated earthquake ground motions, *Engineering Structures* 26: 2021–2035.

Gong, Y. 2006. Spread of plasticity: an adaptive gradual plastic-hinge approach for steel frames, *Advances in Engineering Structures, Mechanics and Construction*, 265–276.

Kargaudas, V.; Adamukaitis, N. 2010. Post-elastic force-displacement dependence of bent and compressed column, *Mechanika* 3(83): 5–9.

Lubliner, J. 2008. *Plasticity Theory*. New York: Macmillan. 528 p.

Soong, T. T.; Spencer Jr., B. F. 2002. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice, *Engineering Structures* 24: 243–259.

Xu, L.; Liu, Y.; Grierson, D. E. 2005. Nonlinear analysis of steel frameworks through direct modification of member stiffness properties, *Advances in Engineering Software* 36: 312–324.

Žiliukas, A.; Kargaudas, V.; Adamukaitis, N. 2006. Yield stresses in compressed and bended columns and beams, *Mechanika* 3(59): 13–18.

PLASTIC DEFORMATIONS OF STEEL FRAME: STATICS AND DYNAMICS

V. Kargaudas, N. Adamukaitis

Abstract. When all deformations of a column are elastic, transverse deflections of the column depend on transverse force and axial displacements depend on axial force only. These classical dependences are unsuitable for elastic-plastic deformations. Plastic deformations develop in columns when steel frame is influenced by extreme action. When a steel column is in the elastic-plastic state, the distribution of elastic and plastic deformations in the cross-section depends on both the bending moment and compressing force. The ideal elastic-plastic material is assumed in this investigation (Prandtl stress – strain diagram). If the shape of the column section is double tee, flange width is neglected with respect to web height, but the area of the flange cross-section is assumed a constant. Single-sided or double-sided yield depends on the moment and force, and therefore curvature and the axial strain of the column can be calculated when yielding dependences are determined. Transverse and axial displacements of the highest point of the column are deduced by integration and depend on two arguments: bending force and axial force. These dependences are essentially non-linear, so linear approximations can be assessed for some vicinity of axial force and bending moment values. When axial force is a constant and transverse force increases, both axial and transverse displacements tend to increase. If transverse force is a constant and axial force increases, both displacements increases but dependence lines remain different and depend on cross-section shape parameter equal to the ratio of the flange area and the area of the whole cross-section. A distinguished feature of plastic deformations is dependence on the history of loading a frame of which can be selected in an arbitrary way by an investigator if a quasi-static solution is under examination. The loading of a frame and inertia forces have to be deduced if dynamic analysis is studied. Not only the ultimate result but also the way of approaching a plastic piston – plastic hinge is important. The bended and compressed column is the structure when inelastic dynamic analysis is really important.

Keywords: steel frame, plasticity, compressed column, bended column, statics, dynamics

Vytautas KARGAUDAS. Professor at the Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kaunas University of Technology, PhD 1971. Research interests: dynamics and statics of elastic and plastic structures, vibrations of elastic structures in fluid and their interaction.

Nerijus ADAMUKAITIS. A PhD student at the Department of Building Structures, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kaunas University of Technology. Research interests: influence of dynamic load to strain of structures, elastic-plastic analysis.