



## GELŽBETONINIŲ BESIJŲ PERDANGOS PLOKŠČIŲ PRASPAUDIMO TYRIMO IR SKAIČIAVIMO MODELIŲ ANALIZĖ

Gediminas Marčiukaitis<sup>1</sup>, Remigijus Šalna<sup>2</sup>

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania

E-mails: <sup>1</sup>gelz@vgtu.lt; <sup>2</sup>remigijus.salna@vgtu.lt

Įteikta 2010 05 20; priimta 2010 09 02

**Santrauka.** Straipsnyje analizuojamas suirimas nuo praspaudimo bei įvairus jo interpretavimas šiuolaikinėse projektavimo normose bei per paskutinius 50 metų sukurtuose analitiniuose skaičiavimo modeliuose. Straipsnyje aptariamas daugumos projektavimo normų bendrumas, aptariama, kodėl gaunami skaičiavimo rezultatų skirtumai. Detaliai analizuojami žymiausi analitiniai praspaudimo skaičiavimo modeliai, aptariama modelių kilmė, juose taikytos prielaidos, skaičiavimo algoritmas, pateikiamas daugumos praspaudimo skaičiavimo modelių palyginimas su eksperimentiniais duomenimis, aptariama, kodėl gaunami skaičiavimo rezultatų skirtumai. Remiantis analize išskiriamos dvi modelių grupės, pateikiama, kurie modeliai yra tiksliausi.

**Reikšminiai žodžiai:** besijės perdangos plokštės, praspaudimas, gelžbetonis, stipris, laikomoji galia.

### 1. Įvadas

Daugelio sričių statyboje monolitinės besijės plokštės, kurios remiasi ant kolonų, taikomos gan plačiai. Skaičiuojant ir projektuojant tokias plokštes bei perdangas reikia įvertinti, kad pavojingiausi pjūviai jose yra tam tikrame plote aplink koloną, kuriame veikia pradūrimo įrašas, sukiantis sudėtingą įtempių būvį.

Per pastaruosius 50 metų buvo pasiūlyta daug įvairių teorijų, atlikta eksperimentinių tyrimų gelžbetoninių besijų perdangos plokščių pradūrimo tematika, tačiau vienos nuomonės nėra. Tai akivaizdžiai rodo faktas, kad daugumos šalių projektavimo normose praspaudimas vertinamas skirtingai (Šakinis, Vainiūnas 2009; Zabulionis *et al.* 2006). Skaičiavimo rezultatų skirtumas skaičiuojant tokią pačią konstrukciją gali būti nuo 1,37 karto (lyginant tarp projektavimo normų) iki 1,8 karto (lyginant skaičiuojamąsias su eksperimentinėmis reikšmėmis). Tokius didelius rezultatų skirtumus lemia tai, kad praspaudimui apibūdinti sukuriama idealizuoti modeliai ir skirtingai vertinami praspaudimo stipriui įtaką darantys veiksniai.

Tačiau visose projektavimo normose numatyta, kad eksploatuojama konstrukcija turi atitikti reikalaujamą patikimumą. Tuo tikslu naudojami daliniai pati-

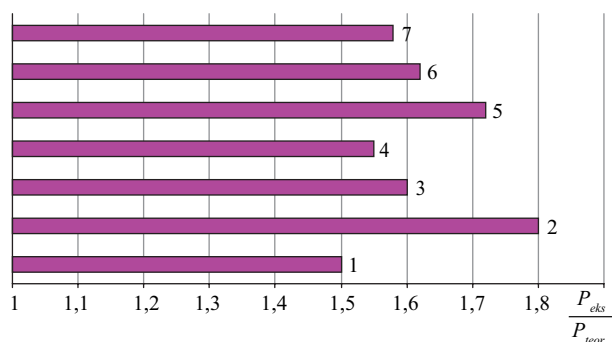
kimumo koeficientai. Kiekviena valstybė (priklausomai nuo ilgametės normų taikymo patirties) savo projektavimo normose priima skirtingas apkrovų reikšmes ir skirtingus dalinius apkrovų patikimumo koeficientus. Vien tik daliniai patikimumo koeficientai gali turėti didelę įtaką galutiniams rezultatams.

Kaip rodo mūsų atlikti skaičiavimai (Šalna *et al.* 2004a, 2004b) ir pagal įvairių šalių normas gauti rezultatų palyginimai, empirinių koeficientų naudojimas duoda skirtingus rezultatus (1 pav.). Rezultatai skiriasi iki 1,8 karto.

Pagal mūsų šalies projektavimo normas (STR) gauti rezultatai beveik nesiskiria nuo euronormų ir CEB-FIP rekomendacijų.

Plokščių praspaudimas savo irimo pobūdžiu artimas kirpimui, kai pagrindinį vaidmenį turi vaidinti tangentiniai įtempiai. Todėl projektavimo normose pagrindinis bendrumo požymis ir yra tas, kad santykiškai apibrėžiami tangentiniai įtempiai, veikiantys sąlygiškai apibrėžtame kritiniame plote. Santykiškai apibrėžti tangentiniai įtempiai empirine priklausomybe siejami su tam tikra betono stiprio charakteristika, dažniausiai su betono tempimo stipriu (Šalna, Marčiukaitis 2009).

Kaip parodė atlikta projektavimo normų parametrinė analizė, be betono stiprio, svarbiausi veiksniai,



**1 pav.** Skaičiavimo rezultatų palyginimas pagal įvairių šalių projektavimo normas: 1 – Rusija, 2 – Vokietija, 3 – JAV, 4 – Kanada, 5 – Anglija, 6 – EN, 7 – CEB-FIP

**Fig. 1.** The calculation of punching shear strength applying different building codes: 1 – Russia, 2 – Germany, 3 – USA, 4 – Canada, 5 – England, 6 – EC, 7 – CEB-FIPt

turintys didžiausią įtaką praspaudimo stipriui, yra ir išilginės armatūros kiekis, tačiau jis yra vertinamas skirtingai. Geometriniai veiksniai, tokie kaip perdangos aukštis, kolonos matmenys, yra tarpusavyje susiję ir vienas kitą veikia (skaičiuojant kritinį perimetrą), tačiau ir jie įvairiose metodikose vertinami nevienodai.

## 2. Praspaudimo skaičiavimo modeliai ir jų kriterijai

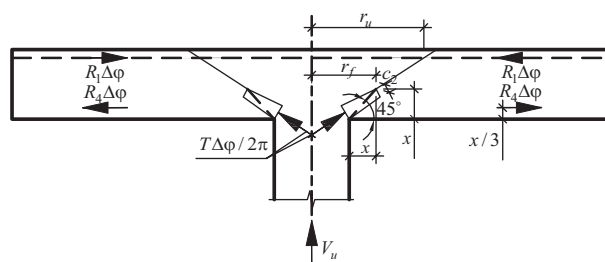
Sudėtingas įtempių būvis zonose aplink koloną ir jo įvertinimas reikalavo parinkti tokius skaičiavimo modelius, kurie įvertintų ir daugelio parametrų kitimą, kaitant betono ir armatūros savybes įvairiose darbo stadijose.

Vieningos nuomonės nebuvimą projektuojant praspaudimo zoną pagal įvairias projektavimo normas galima paaiškinti ir bendro praspaudimo skaičiavimo modelio nebuvimu. Modeliams aprašyti buvo taikomos įvairios teorijos – plastiškumo, sudėtinių strypų, irimo mechanikos ir kt., tačiau vienos nuomonės nebuvo rasta. Per paskutinius 50 metų sukurti praspaudimo skaičiavimo modeliai, jų analizė ir palyginimai leistų sukurti realesnį modelį, visapusiškai įvertinantį pagrindinius ir antraeilus praspaudimo stiprį lemiančius veiksnius (fizikinius, mechaninius ir geometrinius).

Praspaudimo skaičiavimo metodų kūrimui, tobulinimui ir analizei buvo ir yra taikomi šie modeliai: Kinnunen, Nylander (1960), Moe (1961), Breastup *et al.* (1976), Georgopoulos (1989), Broms (1990), Hallgren (1996), Menetrey (2002), Theodorakopoulos, Swamy (2002).

### 1. Kinnunen S. ir Nylander B. (1960) modelis

Šis modelis yra vienas iš pirmųjų (1960) aiškiausiai praspaudimo mechaniką paaiškinančių modelių (2 pav.).



**2 pav.** Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Kinnunen ir Nylander (1960) modelį

**Fig. 2.** A calculation scheme of punching shear strength according to Kinnunen and Nylander (1960) model

Šio praspaudimo modelio idėja ta, kad įstrižieji plyšiai vystosi iki gniuždomojoje zonoje susiformavusio sąlyginio kapitelio, kurio atstojamoji yra  $T\Delta\phi/2\pi$ . Praspaudimo jėga  $V_u$  apskaičiuojama iš išorinių ir vidinių jėgų pusiausvyros lygties tam tikrame išpjautame segmente, kuris ribojamas kampu  $\Delta\phi$ . Atstojamąsias sudaro tempiamosios armatūros ir gniuždomosios zonos atstojamosios ( $R_1\Delta\phi$ ,  $R_4\Delta\phi$  atitinkamai). Suirimas vyksta tangentiniams įtempimams nukirpus sąlyginį kapitelį  $45^\circ$  kampu. Modelyje priimti du suirimo kriterijai:

1. Suirimas įvyksta, kai tangentinės deformacijos gniuždomojoje zonoje pasiekia ribinę reikšmę.
2. Suirimas įvyksta, kai išilginė armatūra pasiekia takumo ribą.

Pagal pirmąjį suirimo kriterijų praspaudimo jėga apskaičiuojama iš vertikalųjų jėgų pusiausvyros lygties:

$$V_u = \kappa\pi\eta d^2 x \frac{1 + \frac{2x}{\eta}}{1 + \frac{x}{\eta}} \sigma_{cu} f(\alpha),$$

čia:  $\eta = \frac{c_2}{d}$  ir  $f(\alpha) = \frac{\tan \alpha (1 - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha}$ ;  $c_2$  – sąlyginio kapitelio plotis;  $\kappa$  – korekcijos koeficientas, kurio vertinama išilginės armatūros įtaka;  $x$  – gniuždomosios zonos aukštis;  $d$  – naudingasis plokštės aukštis;  $\sigma_{cu}$  – įtempiai sąlyginiame kapitelyje.

Pagal antrąjį suirimo kriterijų praspaudimo jėga apskaičiuojama iš momentų pusiausvyros lygties:

$$V_u = \kappa 4\pi\rho_l dr_f \left[ 1 + \ln \left( \frac{\delta d}{2r_u} \right) \right] \frac{1 - \frac{x}{3}}{\delta - \eta},$$

čia:  $\delta = l/d$ ,  $l$  – plokštės ilgis;  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis;  $r_f$  – sąlyginio kapitelio spindulys;  $r_u$  – praspaudimo kūgio spindulys.

### 2. Moe J. (1961) modelis

Moe J. (1961) skaičiavimo modelis grindžiamas lenkiamojo elemento mechanika. Pagal šį modelį buvo sukurtos JAV projektavimo normos. Autorius praspau-

dimo jėgą  $V_u$  susiejo su plokštės lenkimo  $V_{flex}$  ir atsparumo skersinei jėgai  $V_{shear}$  stipriais:

$$\frac{V_u}{V_{shear}} + A \frac{V_u}{V_{flex}} = 1,$$

čia  $A$  – empirinis koeficientas. Atlikus matematinius pertvarkymus, praspaudimo stipris išreiškiamas taip:

$$V_u = \frac{1,246(1 - 0,059\eta)ud\sqrt{f_c}}{1 + \frac{0,436}{V_{flex}}ud\sqrt{f_c}},$$

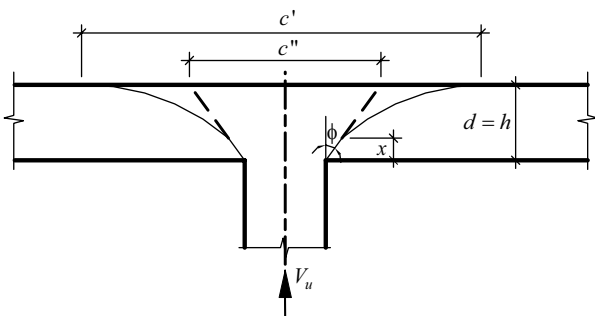
čia:  $V_{flex} = C\omega(1 - 0,59\omega)d^2 f_c$ ,  $\omega = \rho_l f_y / f_c$ ;  $C$  – koeficientas, lygus santykiui tarp skaičiuojamojo lenkimo momento ir reikšmės  $V_{flex}$ ;  $\eta$  – empirinis koeficientas;  $u$  – kritinis perimetras;  $d$  – naudingasis plokštės aukštis;  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis;  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris;  $f_y$  – armatūros stipris.

3. Breastrup M. W., Nielsen, M. P. et al. (1976) modelis

Breastrup M. W. ir Nielsen M. P. modelis (3 pav.) sukurtas remiantis plastiškumo teorija. Padarę prielaidą, kad betonas yra idealiai plastiška medžiaga su labai mažu tempiamuoju stipriu ( $f_{ct} \approx f_c / 400$ ), autoriai praspaudimo stiprį išreiškė taip:

$$V_u = 0,5\pi f_c \left[ \begin{array}{l} d_0 (c'' + d_0 \tan \Phi) \frac{1 - \sin \Phi}{\cos \Phi} - \\ \left[ \begin{array}{l} k_2 C (d - d_0) + \\ + k_2 \left( \frac{c'}{2} \sqrt{\frac{c'^2}{4} - C^2} - AB \right) - \\ - k_3 \left( \frac{c'^2}{4} - A^2 \right) \end{array} \right] \end{array} \right],$$

čia:  $k_2, k_3$  – medžiagos konstantos;  $A, B, C$  – koeficientai, nustatyti iteracijos būdu;  $c', c''$  – praspaudimo kūgio skersmenys;  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris;  $d$  – naudingasis plokštės aukštis.



3 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Breastrup, Nielsen et al. (1976) modelį

Fig. 3. A calculation scheme of punching shear strength according to Breastrup, Nielsen, et al. (1976) model

4. Georgopoulos T. (1989) modelis

Suirimo kriterijus šiame modelyje – santykiniai svarbiausi tempimo įtempiai įstrižame plyšyje. Autorius darė prielaidą, kad gniuždomosios zonos aukštis, priklausomai nuo armatūros kiekio, nekinta ir visuomet yra lygus  $x = 0,2d$ . Praspaudimo jėgą  $V_u$  autorius apskaičiavo iš vertikaliųjų jėgų pusiausvyros lygties, t. y. padaręs prielaidą, kad  $V_u = Z_b \cos \alpha$  (čia  $Z_b$  – praspaudimo kūgio įtempių epiūros atstojamoji) (4 pav.). Išilginio armavimo kiekis įvertintas per praspaudimo kūgio kampą  $\alpha$ , gautą iš eksperimentinių duomenų regresinės analizės:

$$\tan \alpha = \frac{0,056}{\rho_l f_y / f_{c,cube}} + 0,3,$$

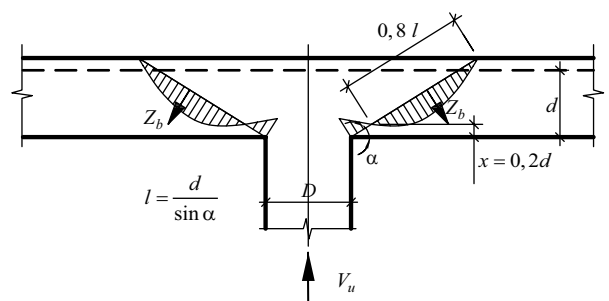
čia  $f_y$  – armatūros stipris;  $f_{c,cube}$  – kubinis betono stipris;  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis.

Turėdamas praspaudimo kūgio posvyrio kampą, tempimo įtempius ( $\sigma_{ct} = 0,17(f_{c,cube})^{2/3}$ ), bei nustatęs tempimo įtempių sąlyginę epiūrą, autorius praspaudimo stiprį galiausiai išreiškė taip:

$$V_u = 4,13\sigma_{ct}d^2 \cot \alpha \left( \frac{D/d}{2} + 0,2 + 0,35 \cot \alpha \right),$$

čia:  $d$  – naudingasis plokštės aukštis;  $D$  – kolonos skersmuo.

Tačiau, kaip rodo eksperimentinių ir teorinių rezultatų palyginimas, šis modelis nėra labai tikslus ( $F_{test} / F_{calc} = 1,17$ , variacijos koeficientas – 0,27).



4 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Georgopoulos (1989) modelį

Fig. 4. A calculation scheme of punching shear strength according to Georgopoulos (1989) model

5. Broms C. E. (1990) modelis

Broms C. E., remdamasis Kinnunen S. ir Nylander B. (1960) modelio analogija ir kai ką modifikavęs (t. y. padaręs prielaidą, kad gniuždomosios zonos aukščiai,

esant skirtingiems suirimo kriterijams, yra skirtingi), suformulavo du toliau išvardytus suirimo kriterijus. Pagal pirmąjį suirimo kriterijų, tangentinėms deformacijoms gniuždomojoje zonoje pasiekus ribinę reikšmę  $\epsilon_{cpu}$ , gniuždomoji zona yra nukerpama. Ribinės deformacijos  $\epsilon_{cpu}$  išreiškiamos remiantis praspaudimo ir gniuždomų etaloninių cilindrų eksperimentinių duomenų regresinės analize. Jos priklauso nuo plokštės gniuždomos zonos  $x_{cpu}$ :

$$\epsilon_{cpu} = 0,0010 \left( \frac{25}{f_c} \right)^{0,1} \left( \frac{0,15}{x_{cpu}} \right)^{1/3},$$

$$x_{cpu} = d n \rho_l \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n \rho_l}} - 1 \right),$$

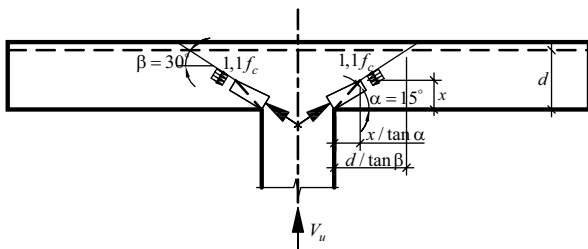
čia:  $n = E_s / E_c'$ ,  $E_c'$  – deformacijų modulis, atitinkantis sąlygines deformacijas 0,001;  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis;  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris.

Pagal šiuos duomenis, išsireikštus įtempius armatūroje ( $\sigma_s = E_s \epsilon_{cpu} (d - x_{cpu}) / x_{cpu}$ ) praspaudimo stipris apskaičiuojamas taip:

$$V_u = \rho_l d^2 \sigma_s \left( 1 - \frac{x_{cpu}}{3d} \right) \frac{8\pi}{2 \ln c / B + 1 - B^2 / c^2},$$

čia:  $B$ ,  $c$  – atitinkamai kolonos ir kritinio perimetro skersmenys;  $d$  – naudingasis plokštės aukštis.

Skaičiuodamas pagal antrąjį suirimo kriterijų, autorius laikosi nuostatos, kad suirtis įvyksta nuo radialinių gniuždymo įtempių  $\sigma_{cu}$  sąlyginiame kapitelyje, pasiekus  $1,1f_c$  ribą (5 pav.). Tačiau gniuždomosios zonos aukštis  $x_{cpu}$  nustatomas kitaip: atsižvelgiant ne į armatūros tamprumo ir betono deformacijų modulių santykį  $n = E_s / E_c'$ , o į armatūros ir betono tampru-



5 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Broms (1990) modelį

Fig. 5. A calculation scheme of punching shear strength according to Broms (1990) model

mo modulių santykį  $n_0 = E_s / E_c'$ . Tuomet praspaudimo stiprio sąlyga yra tokia:

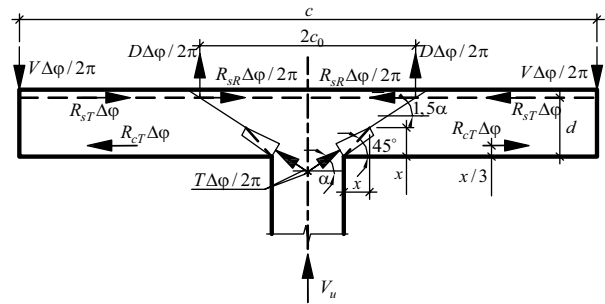
$$V_u = \sigma_{cu} t \sin \alpha u \left( \frac{0,15}{t} \right)^{1/3},$$

čia  $t = x / \cos \alpha$  – gniuždomo sąlyginio kapitelio plotis.

Kaip rodo paties autoriaus eksperimentinių ir teorinių reikšmių palyginimas, modelis yra gana tikslus.

6. Hallgren M. (1996) modelis

Hallgren M. (1996) praspaudimo skaičiavimo modelis iš esmės yra patobulintas ir šiek tiek pakoreguotas Kinnunen S. ir Nylander B. (1960) modelis. Papildomai įvertintas dydžio efektas, modelis pritaikytas didelio stiprio betonams. Praspaudimo jėga  $V_u$  taip pat apskaičiuojama iš išorinių ir vidinių jėgų pusiausvyros lygties (6 pav.) tam tikrame išpjautame segmente, kuris ribojamas kampų  $\Delta\varphi$ .



6 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Hallgren (1998) modelį

Fig. 6. A calculation scheme of punching shear strength according to Hallgren (1998) model

Įstrižojo pjūvio projekcija  $c_0$  apskaičiuojama pagal gniuždomos zonos aukštį:

$$c_0 = \frac{B}{2} + x + \frac{d - x}{\tan(1,5\alpha)},$$

čia:  $B$  – kolonos skersmuo;  $d$  – naudingasis plokštės aukštis;  $x$  – gniuždomosios zonos aukštis, apskaičiuojamas taip:

$$x = \frac{\rho_l E_s \epsilon_{cT0}}{2\alpha_{c0} f_c} \left( \sqrt{1 + \frac{4\alpha_{c0} f_c}{\rho_l E_s \epsilon_{cT0}}} - 1 \right) d,$$

$$\text{čia: } \alpha_{c0} = 1 - \frac{\epsilon_{cy}}{2\epsilon_{cT0}};$$

$\epsilon_{cy} = f_c / E_c$ ;  $\epsilon_{cT0} = \epsilon_{cTu} ((B/2) + y) / c_0$ ;  $\epsilon_{cTu}$  – ribinės tangentinės deformacijos (suirimo kriterijus);  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris;  $E_s$  – armatūros tamprumo modelis;  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis.

Suradus betono gniuždomosios zonos ir armatūros atstojamąsias, praspaudžiamasis stipris  $V_u$  apskaičiuojamas iteracijų metodu keičiant kampą  $\alpha$  pagal tokią lygčių sistemą:

$$\begin{cases} V_u = (R_{sR} + 2\pi(R_{sT} + R_{cT})) \tan \alpha + D \\ V_u = \frac{(2\pi R_{sT} + R_{sR})(d - x) + D(c_0 - B/2 - x) + \left[ R_{sR} + 2\pi(R_{sT} - R_{cT}) \right] x / 2 \cos^2 \alpha - 2\pi R_{cT} 2x / 3}{0,5(c - B) - x} \end{cases}$$

čia:  $R_{sT}$ ,  $R_{cT}$  – išilginės armatūros ir gniuždomosios zonos betono atstojamosios tangentine kryptimi;  $R_{sR}$  – išilginės armatūros atstojamoji radialine kryptimi;  $D$  – išilginės armatūros atstojamoji vertikalia kryptimi;  $c$  – plokštės skaičiuojamasis ilgis;  $V \Delta \varphi 2\pi$  – atraminė reakcija.

7. Menetrey Ph. (2002) modelis

Panašiai kaip Georgopoulos T. (1989) modelyje, praspaudimo stiprio atstojamoji  $V_u$  gaunama sudedant vertikalias komponentes (7 pav.):

$$V_u = V_{ct} + V_{dow} + V_{sw}$$

čia  $V_{ct}$ ,  $V_{dow}$ ,  $V_{sw}$  – betono tempiamojo stiprio išilginės ir skersinės armatūrų atstojamosios.

Skaičiuojant betono tempiamojo stiprio atstojamąją, išilginės armatūros bei dydžio efekto įtaka įvertinta iš autoriaus gautos eksperimentinių duomenų regresinės analizės:

$$V_{ct} = \pi(r_1 + r_2) s \sigma_{ct}$$

čia:  $r_1$ ,  $r_2$  – praspaudimo kūgio spinduliai;  $s$  – praspaudimo kūgio šoninės kraštinės ilgis;  $\sigma_{ct}$  – betono tempimo įtempiai, apskaičiuojami pagal šią formulę:

$$\sigma_{ct} = f_{ct}^{2/3} \xi \eta \mu$$

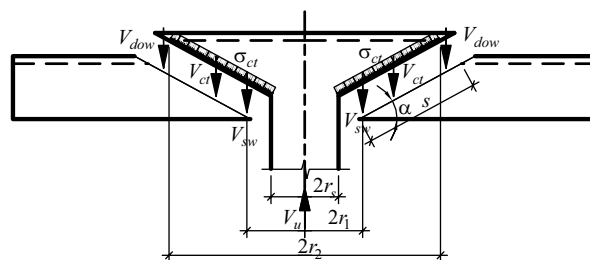
čia:  $f_{ct}$  – betono tempiamasis stipris;  $\xi$ ,  $\eta$  – koeficientai, vertinantys išilginės armatūros ir dydžio efekto įtaką. Jie apskaičiuojami taip:

$$\xi = \begin{cases} -0,1\rho_l^2 + 0,46\rho_l + 0,35, & 0 < \rho_l < 2\% \\ 0,87, & \rho_l \geq 2\% \end{cases}$$

$$\eta = \begin{cases} 0,1(r_s/h)^2 - 0,5(r_s/h) + 1,25, & 0 < r_s/h < 2,5 \\ 0,625, & r_s/h \geq 2,5 \end{cases}$$

čia:  $\rho_l$  – išilginės armatūros kiekis;  $r_s$  – kolonos spindulys;  $h$  – plokštės aukštis.

Tačiau skaičiuojant betono tempiamojo stiprio atstojamąją būtina žinoti praspaudimo kūgio posvyrio



7 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Menetrey (2002) modelį

Fig. 7. A calculation scheme of punching shear strength according to Menetrey (2002) model

kampą  $\alpha$ . Atlikęs daugelį eksperimentų su skirtingu išilginės armatūros kiekiu  $\rho_l$  autorius nustatė, kokiam išilginio armavimo kiekiui  $\rho_l$  esant plokštės suyra nuo jėgos  $V_{flex}$  dėl lenkimo momento ir kada dėl praspaudimo jėgos  $V_{pun}$ . Analogiškai Moe J. (1961) modeliui, apskaičiavus jėgas  $V_{flex}$ ,  $V_{pun}$ , praspaudimo posvyrio kampą  $\alpha$  autorius išreiškė iš šios lygties:

$$V_u = V_{pun} + (V_{flex} - V_{pun}) \left( \frac{\sin \frac{\pi(\alpha - \alpha_0)}{\pi - 2\alpha_0}}{\pi - 2\alpha_0} \right)^{1/2}$$

čia  $\alpha_0$  – praspaudimo kūgio kampas grynojo praspaudimo atveju ( $\alpha_0 = 45^\circ$ ).

Išilginės armatūros vertikalioji atstojamoji  $V_{dow}$  apskaičiuojama taip pat, kaip ir CEB-FIB rekomendacijose:

$$V_{dow} = \frac{1}{2} \sum d_s^2 \sqrt{f_c f_y \left( 1 - \left( \sigma_s / f_y \right)^2 \right)} \sin \alpha$$

čia:  $d_s$  – išilginės armatūros skersmuo;  $f_c$  – betono gniuždomasis stipris;  $f_y$  – armatūros stipris;  $\sigma_s$  – įtempiai armatūroje.

Skersinės armatūros atstojamoji yra lygi:

$$V_{sw} = \sum A_{sw} f_{sw}$$

čia:  $A_{sw}$  – skersinės armatūros plotas;  $f_{sw}$  – skersinės armatūros stipris.

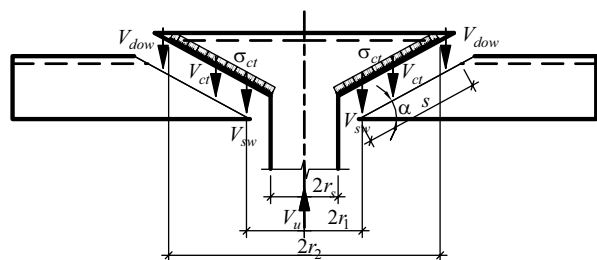
8. Theodorakopoulos D. D. (2002) modelis

Theodorakopoulos D. D. (2002) modelyje taip pat sumuojamos išilginės armatūros ir gniuždomosios zonos atstojamosios panašiai kaip Menetrey (2002) ir Georgopoulos (1989) modeliuose (8 pav.):

$$V_u = V_{dow} + V_c$$

čia:  $V_{dow}$  – išilginės armatūros atstojamosios;  $V_c$  – gniuždomosios zonos atstojamoji.

Išilginės armatūros atstojamosios  $V_{dow}$  autorius siūlo atskirai neskaičiuoti, o sujungti su gniuždomo-



8 pav. Praspaudimo skaičiuojamoji schema pagal Theodorakopoulos (2002) modelį

Fig. 8. A calculation scheme of punching shear strength according to Theodorakopoulos (2002) model

sios zonos atstojamąja  $V_c$  į vieną komponentę, fiktyviai didindamas kritinio perimetro skersmenį  $d_{crit}$ . Tokiu būdu autorius nustatė, kad gana geri rezultatai pasiekiami sąlygiškai priėmus kritinį perimetrą, lygų  $1,5d$ , nuo kolonos krašto (kaip BS 8110), kas atitinka praspaudimo kūgio posvyrio kampą, lygų  $\alpha = 33,7^\circ$ . Tačiau skirtingai nei Menetrey (2002) ir Georgopoulos (1989) modelyje, suirimo kriterijumi imama, kad gniuždomoji zona suardoma svarbiausių tempimo įtempimų. Ją atstojamoji  $V_c$  apskaičiuojama taip:

$$V_c = Af_{ct},$$

čia:  $f_{ct} = 0,27f_{cu}^{2/3}$ ;  $A = [4(x \cot \alpha + D)]x \cot \alpha$ ;  $D$  – kolonos skersmuo. Gniuždomosios zonos aukštis  $x$  apskaičiuojamas iš proporcijos  $1/x = 1/2x_{shear} + 1/2x_{flex}$ , čia  $x_{shear}$ ,  $x_{flex}$  – įstrižo ir normalinio pjūvių gniuždomosios zonos aukščiai. Kaip rodo paties autoriaus palyginimas su 60-ia eksperimentinių tyrimų duomenų, modelis gana tikslus ( $\mu_x = 1,02$ ;  $\sigma_x = 0,142$ ).

### 3. Praspaudimo tyrimo ir skaičiavimo modelių analizė

Kaip parodė skaičiavimo modelių apžvalga, vertinant praspaudimo stiprį neprieita prie vieningos nuomonės.

Visuose nagrinėtuose modeliuose imamos skirtingos skaičiuojamosios schemas ir skirtingos suirties kriterijai. Daugumoje modelių svarbiausieji įtempiai empirinėmis priklausomybėmis siejami su kokia nors betono stiprio charakteristika, dažniausiai su tempimo stipriu.

Pirmasis modelis, kurį pasiūlė Kinnunen S. ir Nylander B. (1960), yra laikomas praspaudimo modelių kūrimo pradininku. Vėliau šį modelį tobulino ir kiti autoriai (Broms 1990; Hallgren 1996), tačiau buvo laikomasi tų pačių suirimo ir mechanikos principų. Beveik tuo pačiu metu buvo sukurtas ir Moe J. modelis, kuris tapo JAV projektavimo normų pagrindu. Empiriniais koeficientais, kurie buvo patikrinti eksperimentais, šis modelis buvo patobulintas ir teikia gana tikslius skaičiavimo rezultatus. Šio modelio bendruosius principus naudojo ir kiti autoriai (pvz., Theodorakopoulos 2002).

3-jojo modelio analizė rodo, kad jis, nors ir yra sukurtas remiantis plastiškumo teorija, daro prielaidas, neatitinkančias fizinės prasmės. Nerealiai nuvertintas betono tempiamasis stipris ( $f_{ct} \approx f_c / 400$ ), nors dauguma autorių nurodo, kad šis veiksnys yra labai svarbus praspaudimo pjūvio ir suirimo mechanikai bei laikomajai galiai, be to, neįvertinama išilginės armatūros įtaka. Kai kuriuos koeficientus nustatyti sudėtinga, dėl to tai gali duoti didelę bendrojo rezultato paklaidą. Tai patvirtina ir 1 lentelės duomenys.

Remiantis 4 modeliu, suirimo kriterijus yra sąlyginiai svarbiausi tempimo įtempiai įstrižame pjūvyje.

Kaip rodo teorinių ir eksperimentinių duomenų palyginimas (1 lentelė), tiksliausias yra Broms C. E. modelis. Jis yra sukurtas pagal 1-ojo modelio analogiją atlikus tam tikrų parametru modifikavimą. Duodami du suirimo kriterijai, tačiau kai kurių parametru įvertinimas empiriniais koeficientais skaičiavimą padaro sudėtingą.

1 lentelė. Eksperimentinių ir teorinių plokščių praspaudimo reikšmių palyginimas

Table 1. A comparison of the experimental and theoretical results of punching shear strength

Eil. Nr.	Autorius	Eksperimentų skaičius $n$	Vidurkis $\mu_x$	Kvadratinė nuokrypa $\sigma_x$	Variacijos koeficientas $\nu$
1	Kinnunen S., Nylander B. 1960*	200	1,174	0,304	0,259
2	Moe J. 1961*	200	1,057	0,226	0,214
3	Brestrup M. W. et al. 1976*	200	0,864	0,403	0,486
4	Georgopoulos T. 1989*	200	1,167	0,315	0,270
5	Broms C. E. 1990	39	1,034	0,048	0,047
6	Hallgren M. 1996*	200	1,030	0,243	0,236
7	Menetrey Ph. 2002*	200	1,294	0,401	0,310
8	Theodorakopoulos D.D., Swamy R. N. 2002	60	1,022	0,142	0,139

\* Duomenys iš CEB-FIB techninių rekomendacijų (2001)

$n$  – the number of experiments,  $\mu_x$  – mean value,  $\sigma_x$  – standard deviation,  $\nu$  – the coefficient of variation; \* – data from CEB-FIB technical recommendations (2001)

Hallgren M. (1996) pasiūlytas modelis taip pat ne daug tesiskiria nuo pirmojo modelio, tačiau aiškiau įvertinamas dydžio efektas ir betono deformacinės savybės. Skaičiavimo rezultatų palyginimas su kitų autorių atliktais eksperimentiniais rezultatais duoda gana gerą sutapimą (variacijos koeficientas  $\nu = 0,236$ ).

Menetrey Ph. (2002) modelis pagrįstas siekiant įvertinti trijų pagrindinių komponentų: tempiamo betono, išilginės ir skersinės armatūros bendrą įtaką laikomajai galiai. Tačiau eksperimentinių ir teorinių rezultatų palyginimas rodo, kad variacijos koeficientas iš palygintų 8 modelių yra beveik didžiausias ( $\nu = 0,311$ ). Be to, šis modelis yra labai idealizuotas ir neatitinka realaus suirimo.

8 modelyje įvertinama išilginės armatūros ir gniuždomosios betono zonos atstojamosios. Šis modelis panašus į 7 modelį, tačiau suirimo kriterijumi imama, kad gniuždomoji zona suardoma svarbiausiųjų tempimo įtempių. Įstrižojo pjūvio gniuždomosios zonos aukštis imamas  $0,25d$ , o normalinio pjūvio laikomoji galia apskaičiuojama pagal deformacijas kaip paprasto lenkiamojo elemento. Kaip rodo 1 lentelės duomenys, modelis yra gana tikslus.

#### 4. Išvados

1. Plokščių praspaudimo skaičiavimo modeliai, kaip ir skirtingų šalių projektavimo normos, nevienodai vertina betono stiprio ir išilginės bei skersinės armatūros įtaką.
2. Vyraujančius skaičiavimo modelius galima suskirstyti į du tipus:
  - kai suirimas įvyksta gniuždymo ir šlyties įtempiams nukerant betono gniuždomąją zoną;
  - kai suirimas įvyksta betono tempimo stipriui pasiekus ribinę reikšmę įstrižo pjūvio suformuotoje praspaudimo piramidėje.
3. Skaičiavimo modelių palyginimas parodė, kad tiksliausiai eksperimentus atitinkantys rezultatai pasiekiami praspaudimo stiprį skaičiuojant pagal pirmąjį modelių tipą.
4. Tikslinga ieškoti naujų armavimo būdų, labiau išnaudoti armavimo galimybes pakeičiant trapų praspaudimo pjūvio suirimo pobūdį plastišku, efektyviau išnaudojant armatūros išdėstymo galimybes ir betono elgseną, atsižvelgiant į sudėtingą įtempių būvį galimo irimo zonoje.

#### Literatūra

- Breastrup, M. W.; Nielsen, M. P.; Jensen, B. C.; Bach, F. 1976. *Ax-symmetric Punching of Plain and Reinforced concrete*. Report R75. Structures Research Laboratory, Technical University of Denmark, Copenhagen. 123 p.
- Broms, C. E. 1990. Punching of flat plates – a question of concrete properties in biaxial compression and size effect, *ACI Structural Journal* May–June: 292–304.
- Georgopoulos, T. 1989. Durchstanzlast und Durchstanzwinkel punktförmig gestutzter Stahlbetonplatten ohne Schubbe-wehrung, *Bauingenieur* 64: 187–191.
- Hallgren, M. 1996. *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*. Doctoral Thesis, KTH, Stockholm, TRITA-BNK. Bull. 23, Royal Institute of Technology. 206 p.
- Kinnunen, S.; Nylander, B. 1960. *Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement*, Transactions No. 158. Royal Institute of Technology, Stockholm. 112 p.
- Menetrey, Ph. 2002. Synthesis of punching failure in rein-forced concrete, *Cement & Concrete Composites* 24: 497–507. doi:10.1016/S0958-9465(01)00066-X
- Moe, J. 1961. *Shearing strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrating Loads*. Portland Cement Asso-ciation, Bull. D. 47, Skokie, Illinois, April. 133 p.
- Punching of structural concrete slabs. 2001. *Technical report by CEB/FIB task group: Utilization of concrete tension design*. International Federation of Structural Concrete (FIB), Lau-sanne, Switzerland. 304 p.
- Theodorakopoulos, D. D.; Swamy, R. N. 2002. Ultimate pun-ching shear strength analysis of slab-column connection, *Cement & Concrete Composites* 24: 509–521. doi:10.1016/S0958-9465(01)00067-1
- Šakinis, D.; Vainiūnas, P. 2009. Išilginio armavimo poveikis gelž-betoninės plokštės praspaudžiamajai laikomajai galiai, *Sta-tybinės konstrukcijos ir technologijos* [Engineering structures and technologies] 1(2): 73–79. ISSN 2029-2317.
- Šalna, R.; Marčiukaitis, G.; Vainiūnas, P. 2004a. Estimation of factors influencing punching shear strength of RC floor slabs, *Journal of Civil Engineering and Management* 10(2): 137–142. ISSN 1392-3730.
- Šalna, R.; Marčiukaitis, G.; Vainiūnas, P. 2004b. Analysis of be-amless reinforced concrete ceilings resistance to punching shear, in *Selected Papers of 8<sup>th</sup> International Conference “Modern Building Materials, Structures and Techniques”*. Vilnius: Technika, 615–619. ISBN 9986-05-757-4.
- Šalna, R.; Marčiukaitis, G. 2009. Besijų perdangos plokščių pra-spaudimo skaičiavimas pagal STR 2.05.05.2005 ir kitų šalių normas, iš *Statybinės konstrukcijos: konferencijos, įvykusios Vilniuje 2009 m. vasario 6 d., straipsnių rinkinys*. Vilnius: Technika, 36–42. ISBN 9789955283966.
- Zabulionis, D.; Šakinis, D.; Vainiūnas, P. 2006. Statistical analy-sis of design codes calculation methods for punching shear resistance in column-to-slab connections, *Journal of Civil Engineering and Management* 12(3): 205–213.

## ANALYSIS OF RESEARCH AND DESIGN MODELS FOR THE PUNCHING SHEAR OF FLAT RC SLABS

G. Marčiukaitis, R. Šalna

**Abstract.** The paper presents the review and analysis of the existing methods and models for calculating punching shear strength. The analysis of the existing design methods has showed that there is no unified theory about calculating punching shear strength. The models are similar in the way that fictitious shear stresses act in the fictitious shear area and are mainly obtained from the test results that may differ in their values. Therefore, the difference between the results obtained employing various calculation methods can be as high as 1,37 times, whereas the difference between the results of theoretical calculations and test research may vary up to 1,8 times. These facts clearly demonstrate that punching shear phenomena are not completely analyzed and require additional researches. The paper also proposes an in-deep analysis of famous analytical punching shear calculation models suggested within the last 50 years like Kinnunen and Nylander (1960), Moe (1961), Brestrup *et al.* (1976), Georgopoulos (1989), Broms (1990), Hallgren (1998), Menetrey (2002) and Theodorakopoulos (2002). The development of the above mentioned design models, the main assumptions and an algorithm for calculating punching shear strength are discussed in the article. The review of the existing models for calculating punching shear strength has also revealed that two main model types can be distinguished: type 1 – failure occurs when the compression zone is cut by shear and compression stress; type 2 – failure occurs when tensile stresses in concrete punching cone exceeds its tensile strength. A comparison between theoretical models and test results performed by different authors demonstrate that more accurate results can be obtained by calculating punching shear strength using the first types of models. The analysis has revealed it is purposeful to search for more effective reinforcing methods that can change the character of failure from brittle to plastic. A more effective replacement of reinforcement and the behaviour of concrete taking into account complex stress state in the failure zone should be applied.

**Keywords:** punching shear strength, beamless flat RC slabs.

**Gediminas MARČIUKAITIS.** Prof., Dr Habil at the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU). PhD at Kaunas Polytechnic Institute, 1963. Research visit to the University of Illinois, 1969. Doctor Habil at Moscow Civil Engineering University, 1980 Professor in 1982. The author and co-author of 5 monographs, 6 course books and more than 300 scientific articles. Research interests: mechanics of reinforced concrete, masonry and layered structures, new composite materials, investigation and renovation of buildings.

**Remigijus ŠALNA.** PhD at the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania. Research interests: punching shear strength of RC and SFRC slabs.