

## NAUJASIS LENKIAMOJO GELŽBETONINIO ELEMENTO, VEIKIAMO TRUMPALAIKĖS APKROVOS, KREIVIŲ APSKAIČIAVIMO METODAS

Rokas Girdžius, Gintaris Kaklauskas, Renata Zambauskaitė, Ronaldas Jakubovskis

*Tiltų ir specialiuųjų statinių katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,*

*Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*

*El. paštas bridge@vgtu.lt*

*Įteikta 2011 06 13; priimta 2011 09 12*

**Santrauka.** Šiame straipsnyje nagrinėjamas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento tempiamasis sustandėjimas pagal Europos normų deformacijų apskaičiavimo metodiką (1992). Pasiūlyta nauja tempiamojo sustandėjimo priklausomybė nuo betono klasės, armatūros tamprumo modulio ir armavimo koeficiento. Taip pat pasiūlytas nesudėtingas lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas. Statistinė siūlomų modelių analizė parodė, kad gaunamas geras eksperimentinių ir apskaičiuotų kreivių sutapimas, esant eksploatacinei apkrovai.

**Reikšminiai žodžiai:** įtempiai, deformacijos, lenkimas, pleišėjimas, tempiamasis sustandėjimas.

### 1. Įvadas

Daugiau kaip prieš šimtą metų atlikti tempiamųjų armuotų elementų bandymai (1899) parodė, kad šių bandinių vidutinės deformacijos buvo kur kas mažesnės už armatūros strypų (be betono) deformacijas. Šį reiškinį buvo bandoma paaiškinti supleišėjusio betono gebėjimu atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių, o tai ir paskatino bendrą elemento standumo padidėjimą.

Plyšio vietoje betonas negali atlaikyti tempimo įtempių, todėl visą įrašą atlaiko armatūra. Kadangi plyšyje ir gretimuose pjūviuose armatūra praslysta betono atžvilgiu, sąlyčio zonoje atsiranda tangentinių įtempių. Jie perduodami betonui, todėl jis atlaiko tempimo įtempius. Armatūros ir betono sąveika ruožuose tarp plyšių standina gelžbetoninį elementą. Supleišėjusio betono gebėjimas atlaikyti tempimo įtempius vadinamas betono *tempiamuoju sustandėjimu* (angl. *Tension Stiffening*) (Torres et al. 2004). Šis efektas dažniausiai modeliuojamas supleišėjusio betono įtempių ir deformacijų diagrama, taikant vidutinių plyšių koncepciją.

Pagal Europos normų (EC2) (1992) skaičiavimo metodą gelžbetoniniame elemente išskiriami nesupleišę ir supleišęję ruožai. Laikoma, kad nesupleišėjusio gelžbetoninio elemento armatūra yra absoliučiai suki-

busi su betonu, t. y. armatūra ir betonas deformuojasi kartu. Supleišėjusiame elemente plyšio vietoje visą tempimo jėgą atlaiko armatūra, o tarp plyšių – armatūra ir betonas.

Europos statybos inžinieriai gelžbetoninėms konstrukcijoms skaičiuoti taikydami Europos normų (1992) metodą gana tiksliai apskaičiuoja gelžbetoninių elementų deformacijas. Deja, normų metodai negali būti taikomi sudėtingų konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejais. Tokių konstrukcijų analizei taikomi skaitiniai metodai, kuriais gali būti įvertinti sudėtingi gelžbetonio elgsenos aspektai ir netiesinės medžiagų savybės. Europos normos (1992) pateikia gniuždomojo betono modelį, tačiau neduoda supleišėjusio tempiamojo betono modelio (dar vadinamo tempiamojo sustandėjimo modeliu), kuris turi didelę įtaką apskaičiuotoms deformacijoms. Todėl projektuotojai negali atlikti sudėtingesnių konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvio analizės, taikydami Europos normų (1992) nuostatas. Paprastai tempiamojo sustandėjimo modeliai gaunami iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, o vėliau taikomi skaičiuojant lenkiamuosius elementus. Taip apskaičiuojant lenkiamųjų elementų deformacijas, dažnai daromos nemažos paklaidos.

Šiame straipsnyje tempiamojo sustandėjimo modelis nuo betono klasės, betono bei armatūros tamprumo modulių santykio ir armavimo koeficiento, atitinkantis Europos normų (1992) nuostatas, buvo gautas iš lenkiamųjų elementų. Straipsnyje, remiantis EC2 (1992) lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreivių skaičiavimo metodika, pasiūlytas naujas nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, veikiamų trumpalaikė apkrova, kreivių skaičiavimo metodas.

## 2. Lenkiamojo supleišėjusio gelžbetoninio elemento apkrovos ir kreivio nustatymas pagal EC2 skaičiavimo metodą (1992)

Pagal EC2 (1992) supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento vidutinis kreivis apskaičiuojamas taip:

$$\kappa_m = (1 - \xi)\kappa_1 + \xi\kappa_2, \quad (1)$$

čia  $\kappa_1$  ir  $\kappa_2$  – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai;  $\xi$  – pasiskirstymo koeficientas nustatomas taip:

$$\xi = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2, \quad (2)$$

čia  $\beta$  – koeficientas, kuriuo įvertinama apkrovos trukmė ir pobūdis (1 – esant trumpalaikėi apkrovai, 0,5 – esant ilgalaikėi arba ciklinei apkrovai);  $M$  ir  $M_{cr}$  – veikiantis ir pleišėjimo momentas; kreiviai  $\kappa_1$  ir  $\kappa_2$  apskaičiuojami pagal šias formules:

$$\kappa_1 = \frac{M}{E_c I_1}, \quad (3)$$

$$\kappa_2 = \frac{M}{E_c I_2}, \quad (4)$$

čia  $E_c$  – betono tamprumo modulis;  $I_1$  ir  $I_2$  – atitinkamai nesupleišėjusio ir supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento redukuoti skerspjūvio inercijos momentai.

Lenkiamojo gelžbetoninio elemento pleišėjimo momentas  $M_{cr}$  pagal EC2 metodiką (1992) apskaičiuojamas taip:

$$M_{cr} = W_1 f_{ct}, \quad (5)$$

čia  $W_1$  – elemento skerspjūvio atsparumo momentas esant tampriai stadijai;  $f_{ct}$  – betono tempiamasis stipris (vidutinis).

## 3. Betono tempiamojo sustandėjimo modelis

Šiame skyriuje pateikiamas betono tempiamojo sustandėjimo modelis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įtempimams ir deformacijoms apskaičiuoti.

Betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybei gauti buvo atliktas skaitinis eksperimentas, kurio metu apskaičiuotos elementų momentų ir kreivių diagramos, taikant EC2 kreivių skaičiavimo metodiką (1992). Vėliau, taikant sluoksnių metodą (Kaklauskas, Ghaboussi 2001), gautosios momentų ir kreivių diagramoms buvo apskaičiuotos tempiamojo betono vidutinių įtempimų ir vidutinių deformacijų kreivės. Remiantis skaitinio eksperimento rezultatais gauta nauja betono tempiamojo sustandėjimo kreivė.

### 3.1. Skaitinis eksperimentas

Atliekant skaitinį eksperimentą buvo išnagrinėta 450 lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, kurių skerspjūvio geometriniai rodikliai buvo tokie: plotis – 200 mm, aukštis – 400 mm. Analizuojamų elementų armavimo koeficientas ( $\rho = 0,2-2,0$  %), betono klasė (C20/25, C40/50, C60/75), armatūros tamprumo modulis ( $E_s = 170, 200, 210$  GPa) bei naudingasis skerspjūvio aukštis ( $d = 0,30-0,39$  m) buvo skirtingi. Šie parametrai buvo pagrindiniai rodikliai skaičiuojant elementų momentų ir kreivių diagramas. Nagrinėtas dviatramės sijos, apkrautos dviem centruotomis apkrovomis, gryojo lenkimo ruožas.

Skaitinio eksperimento metu buvo atliktos analizės, keičiant elementų medžiagų fizinius mechaninius ir geometrinius rodiklius (1 lentelė).

1 lentelė. Pagrindiniai gelžbetoninių sijų parametrai

Table 1. The main parameters of RC beams

Elementų grupė	Elementų pogrupis	$\rho$ , %	Betono klasė	$E_s$ , GPa	$d$ , m	$p = \frac{d}{h}$
I	1	0,6	C20/25	210	0,37	0,925
	2	1,0 2,0	C40/50			
II	1	1,0	C20/25 C40/50	210	0,37	0,925
	2	2,0	C60/75			
III	1	1,0	C20/25	210	0,30	0,75
	2	2,0			0,35 0,39	0,875 0,975
IV	1	1,0	C20/25	170 195 210	0,37	0,925
	2	2,0				

#### Pastabos:

- skaičiuojant imti pastovūs dydžiai;
- **dydžiai, pagal kuriuos sudaryti elementų pogrupiai;**
- skaičiuojant imti kintami dydžiai.

Atliekant skaičiavimus buvo sudarytos keturios elementų grupės, kurios skyrėsi vienu iš nagrinėjamų parametru (1 lentelė). Papildomai analizei atlikti kiekviena grupė buvo padalyta į du pogrupius, naudojant naują kintamąjį dydį (1 lentelė).

Įvairių parametru įtaka lenkiamųjų gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų būviui pateikta 1–4 pav.

Pirmoji analizė buvo atlikta dviem skirtingų betono klasių elementų pogrupiams imant, kad armatūros tamprumo modulis  $E_s$  ir efektyvusis skerspjūvio aukštis  $d$  yra pastovūs (1 lentelė).

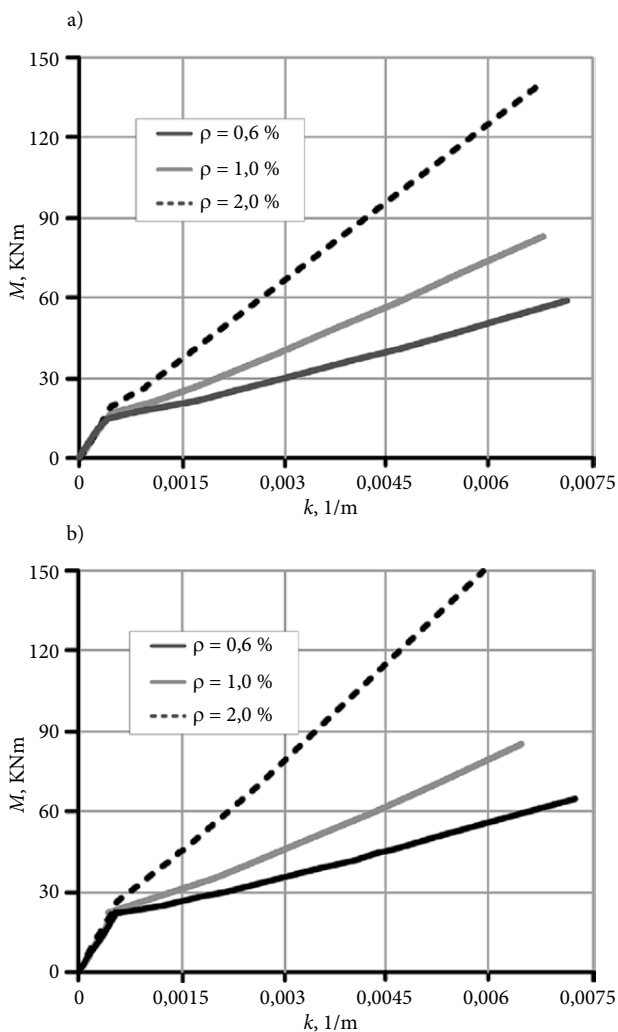
Atliekant skaičiavimus, kiekvienam elementų pogrupiui papildomai buvo imti skirtingi armavimo koeficientai  $\rho$  (1 lentelė). Gautosios elementų momentų

ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams  $\rho$ , pateiktos 1 pav.

Iš gautųjų rezultatų (1 pav.) matyti, kad armavimo koeficientas  $\rho$  turi didelę įtaką supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų standumui ir beveik neturi įtakos pleišėjimo momentui.

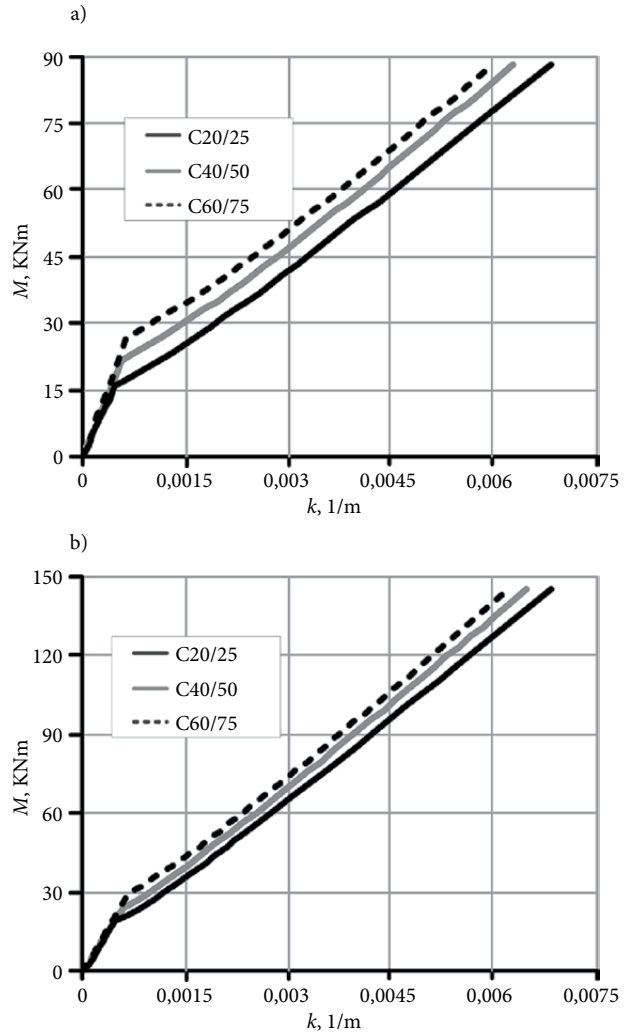
Kiti du analizuojamų elementų pogrupiai skyrėsi armavimo koeficientu  $\rho$ , tačiau turėjo nekintamą armatūros tamprumo modulį  $E_s$  ir efektyvųjį skerspjūvio aukštį  $d$  (1 lentelė). Kiekvienam iš elementų pogrupių buvo atlikti atskiri skaičiavimai, imant kintamas betono klases (1 lentelė). Skaičiavimų rezultatai pateikti 2 pav.

Iš gautųjų momentų ir kreivių diagramų (2 pav.) matyti, kad betono klasė turi didelę įtaką lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms. Elementų,



1 pav. Momentų ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams: a – betono klasė C20/25; b – betono klasė C40/50

Fig. 1. Moment-curvature diagrams of ranging reinforcement ratio: a – grade of concrete C20/25; b – grade of concrete C40/50



2 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant betono klasei: a –  $\rho = 1,0\%$ ; b –  $\rho = 2,0\%$

Fig. 2. Moment-curvature diagrams of ranging the grade of concrete: a –  $\rho = 1,0\%$ ; b –  $\rho = 2,0\%$

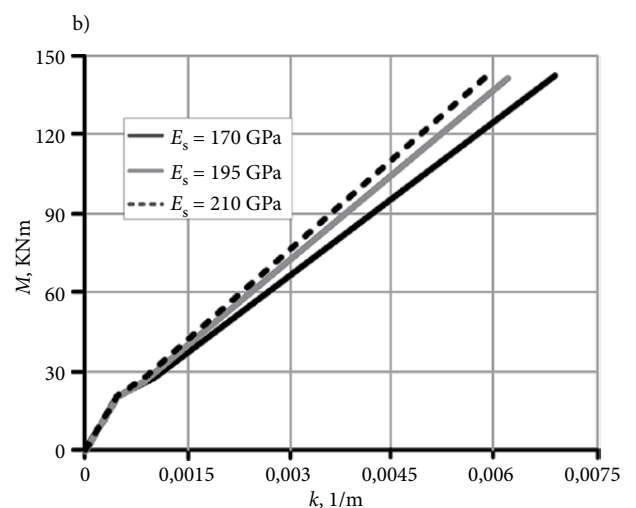
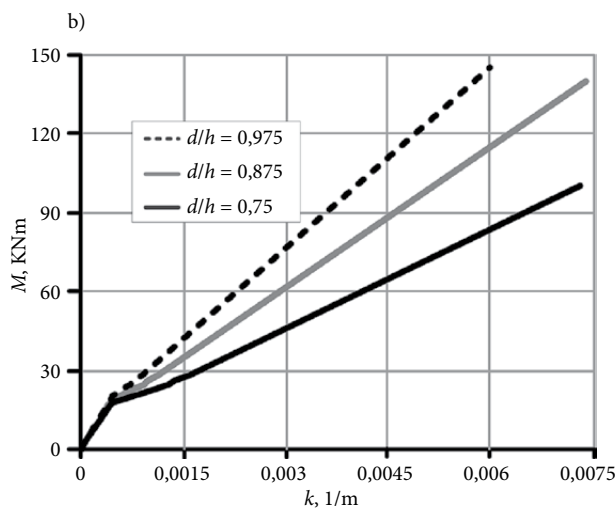
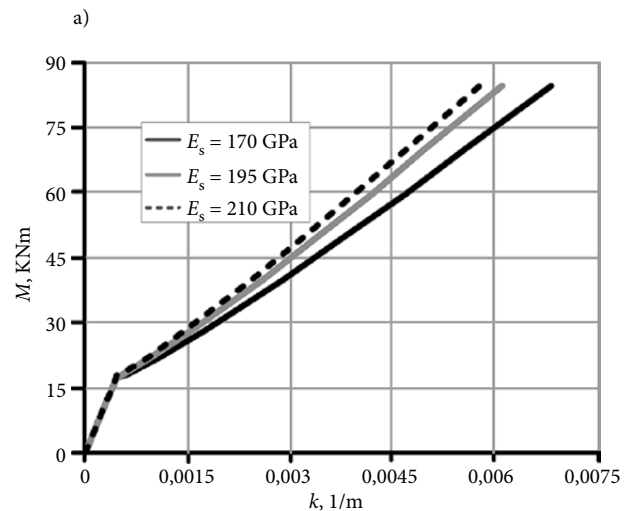
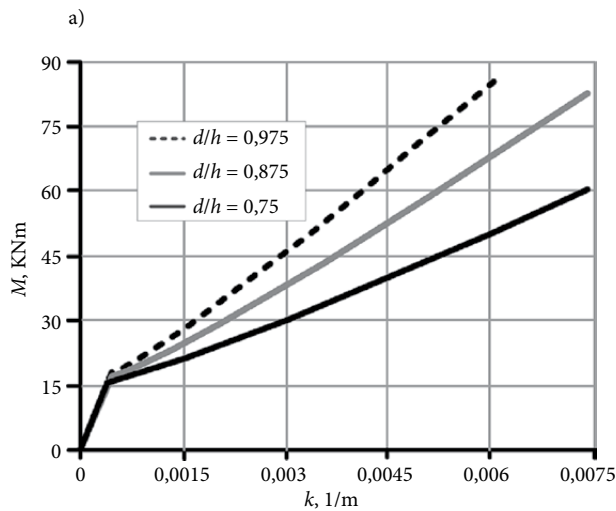
kurių armavimo koeficientas  $\rho = 1,0 \%$ , betono klasei mažėjant nuo C60/75 iki C20/25, atitinkamai iki 41 % gali sumažėti pleišėjimo momentas. Stipriau armuotuose elementuose, kai  $\rho = 2,0 \%$ , betono klasei kintant nuo C60/75 iki C20/25, pleišėjimo momentas gali sumažėti iki 29 %.

Taip pat buvo išanalizuoti elementų pogrupiai, kurių armavimo koeficientai  $\rho$  buvo skirtingi, bet pastovūs medžiagų fiziniai ir mechaniniai rodikliai, t. y. betono klasė bei armatūros tamprumo modulis  $E_s$  (1 lentelė). Šios analizės metu buvo atlikti papildomi skirtingų elementų skaičiavimai, keičiant efektyvųjį skerspjūvio aukštį  $d$  (1 lentelė). Apskačiuotosios elementų momentų ir kreivių diagramos, kintant naudingajam elemento skerspjūvio aukščiui  $d$ , pateiktos 3 pav.

Remiantis gautosiomis kreivėmis (3 pav.) galima teigti, kad efektyvus skerspjūvio aukštis  $d$  turi įtakos lenkiamųjų gelžbetoninių elementų standumui, bet neturi įtakos pleišėjimo apkrovai.

Paskutinė analizė buvo atlikta elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus  $\rho$ , pogrupių, imant nekintamą betono klasę ir pastovų efektyvųjį skerspjūvio aukštį  $d$  (1 lentelė). Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš nagrinėjamų elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingą armatūros tamprumo modulį  $E_s$  (1 lentelė). Gautieji rezultatai pateikti 4 pav.

Iš momentų ir kreivių diagramų (4 pav.) matyti, kad didėjant armatūros tamprumo moduliui  $E_s$  supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento standumas didėja. Pažymėtina, kad armatūros tamprumo modulis  $E_s$  praktiškai neturi įtakos elemento pleišėjimo momentui.



3 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant naudingajam skerspjūvio aukščiui: a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

Fig. 3. Moment-curvature diagrams of ranging normalised effective depth: a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

4 pav. Momentų ir kreivių diagramos kintant armatūros tamprumo moduliui: a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

Fig. 4. Moment-curvature diagrams of ranging an elastic modulus of reinforcement: a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

Atlikus regresinę analizę nustatyta, kad didžiausią įtaką betono tempiamajam sustandėjimui turi armavimo koeficientas  $\rho$  bei medžiagų mechaniniai ir fiziniai parametrai, t. y. armatūros  $E_s$  ir betono  $E_c$  tamprumo moduliai. Gautosioms elementų momentų ir kreivių diagramoms (1–4 pav.) taikant sluoksnių metodą (Klauskas, Ghaboussi 2001), buvo apskaičiuotos tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų kreivės. Skaičiavimai atlikti toms pačioms elementų grupėms (1 lentelė), keičiant parametrus, turinčius įtakos betono tempiamajam sustandėjimui.

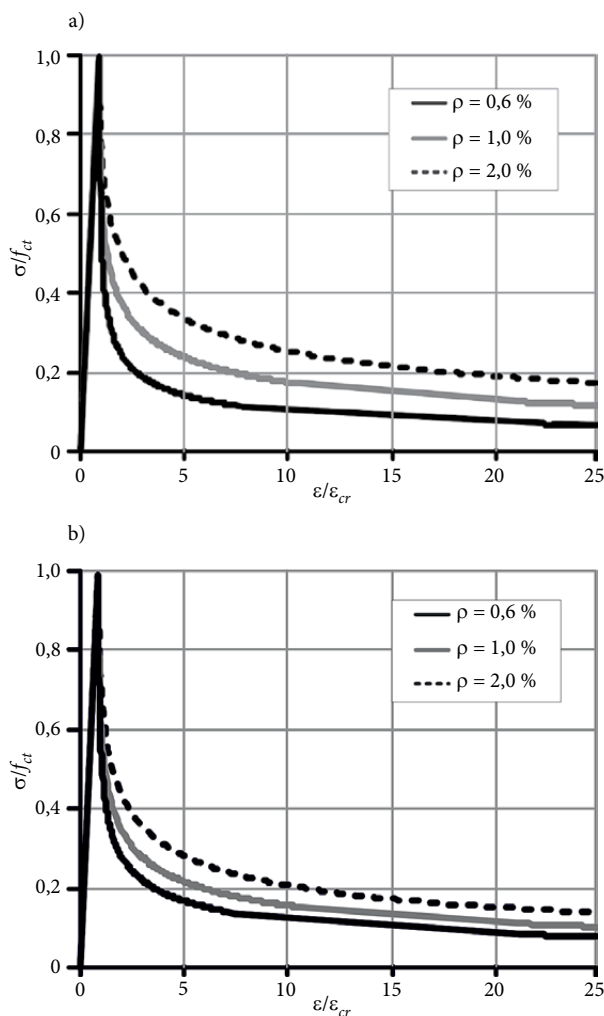
Gautosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos išreiškiamos santykiniais dydžiais  $\sigma/f_{ct}$  ir  $\varepsilon/\varepsilon_{cr}$  bei pateikiamos 5–8 pav.

Pirmosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos (5 pav.) gautos dviem skirtingų betono

klasių elementų pogrupiams tarus, kad armatūros tamprumo modulis  $E_s$  ir efektyvusis elemento skerspjūvio aukštis  $d$  yra pastovūs (1 lentelė). Atliekant skaičiavimus, kiekvienam elementų pogrupiui buvo imti skirtingi armavimo koeficientai  $\rho$  (1 lentelė).

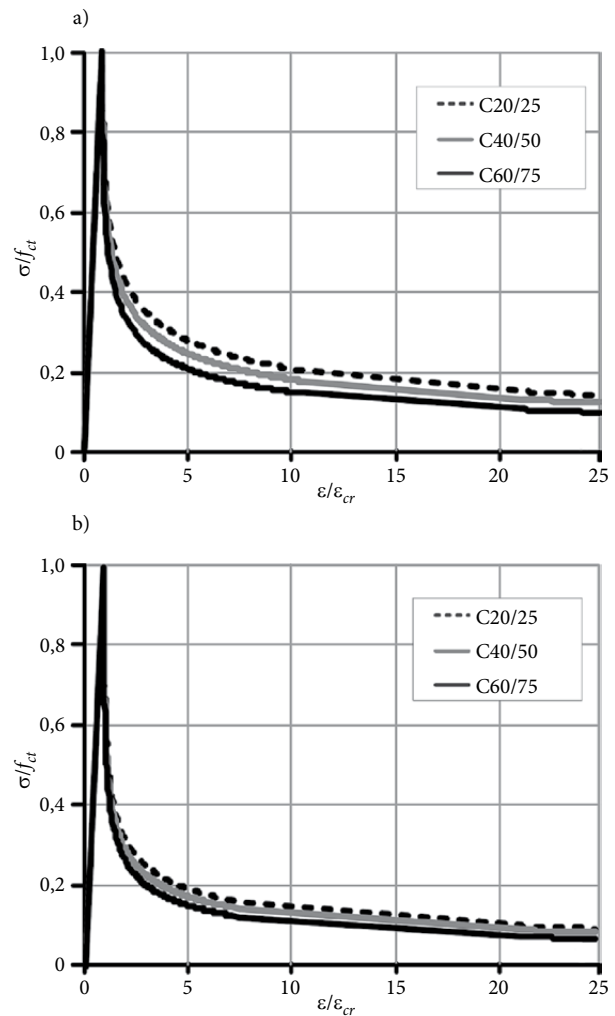
Kaip matyti iš 5 pav., stipriai armuotų elementų ( $\rho = 2,0\%$ ) betono tempiamasis sustandėjimas yra gerokai mažesnis, lyginant su mažai ir vidutiniškai armuotais elementais ( $\rho \leq 1,0\%$ ).

Antroji analizė buvo atlikta dviem skirtingų betono klasių elementų pogrupiams tarus, kad armatūros tamprumo modulis  $E_s$  ir efektyvusis elemento skerspjūvio aukštis  $d$  yra pastovūs (1 lentelė). Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingas betono klases (1 lentelė). Gautosios tempiamojo betono vidutinių įtempių ir vidutinių



5 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant armavimo koeficientui: a – C20/25; b – C60/75

Fig. 5. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying reinforcement ratio: a – C20/25; b – C60/75



6 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant betono klasei: a –  $\rho = 1,0\%$ ; b –  $\rho = 2,0\%$

Fig. 6. Numerically derived tension stiffening diagrams for a varying grade of concrete: a –  $\rho = 1,0\%$ ; b –  $\rho = 2,0\%$

deformacijų diagramos, kintant betono klasėms, pateiktos 6 pav. Kaip matyti, diagramos, išreikštos santykiniais įtempiais  $\sigma / f_{ct}$ , praktiškai sutapo. Analizės metu nustatyta, kad didėjant betono tempiamajam stipriui, didėja tempimo įtempiai betone.

Trečios analizės metu gautosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos pateiktos 7 pav.

Šios diagramos buvo apskaičiuotos elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus  $\rho$ , pogrupiams, imant nekintamą armatūros tamprumo modulį  $E_s$  ir pastovią betono klasę (1 lentelė).

Buvo atlikti papildomi kiekvieno iš nagrinėjamų elementų pogrupių skaičiavimai, imant skirtingą elemento efektyvųjų skerspjūvio aukštį  $d$  (1 lentelė).

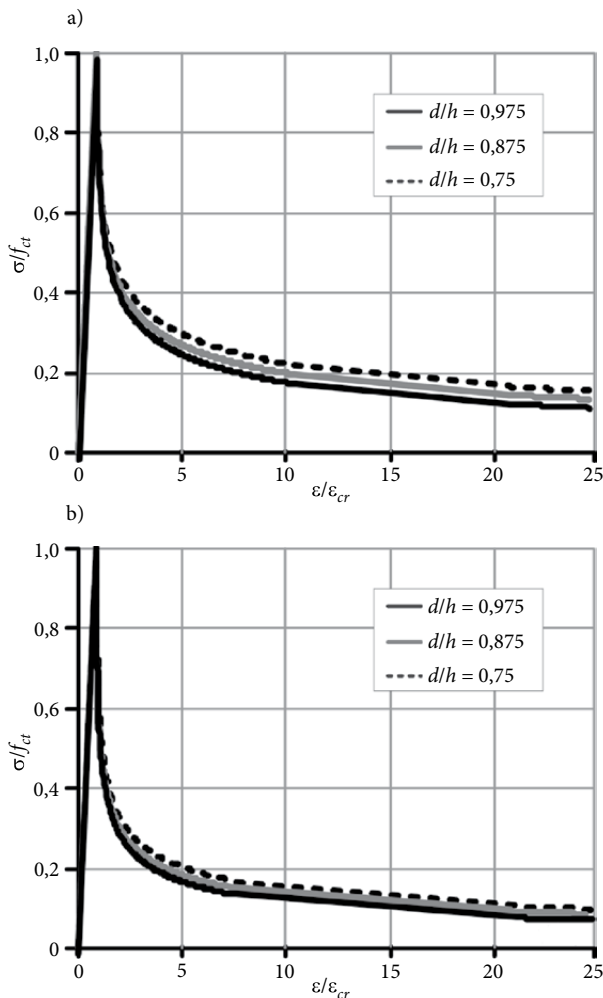
Gautieji rezultatai (7 pav.) rodo, kad elemento efektyviojo skerspjūvio aukščio  $d$  įtaka betono tem-

piamojo sustandėjimo diagramos formai yra nedidelė.

Paskutinė analizė buvo atlikta elementų, turėjusių skirtingus armavimo koeficientus  $\rho$ , pogrupių, imant nekintamą betono klasę ir pastovų skerspjūvio efektyvųjų aukštį  $d$  (1 lentelė).

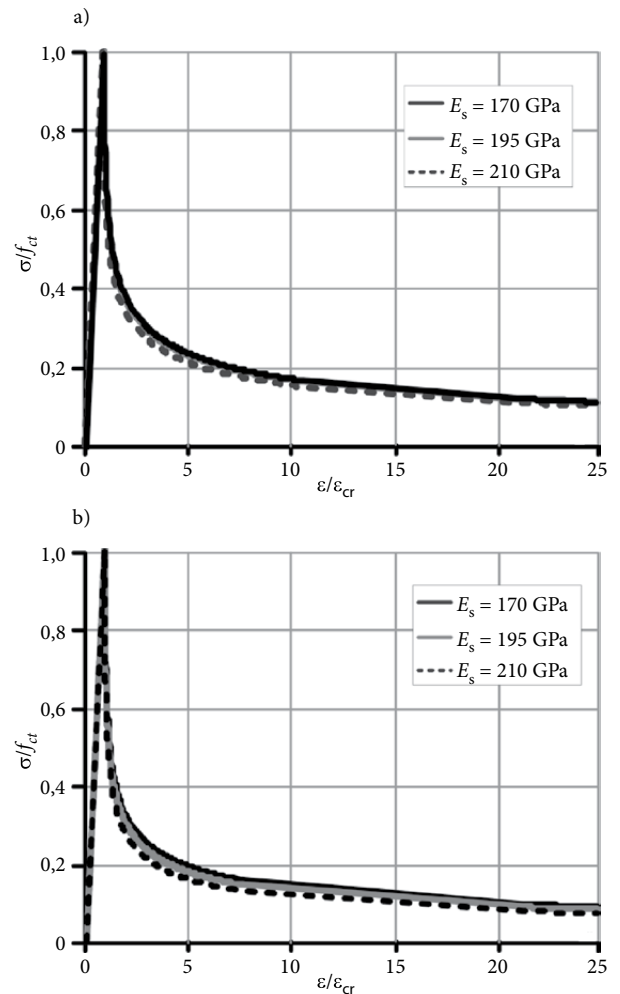
Šios analizės metu buvo atlikti skirtingų elementų pogrupių skaičiavimai keičiant armatūros tamprumo modulį  $E_s$  (1 lentelė). Apskaičiuotosios vidutinių įtempių ir vidutinių deformacijų diagramos, kintant armatūros tamprumo moduliui  $E_s$ , pateiktos 8 pav.

Atlikta analizė (8 pav.) rodo, kad armatūros tamprumo modulio  $E_s$  įtaka betono tempiamojo sustandėjimo diagramos formai nedidelė.



7 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant naudingajam skerspjūvio aukščiui:  
a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

Fig. 7. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying normalised effective depth:  
a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$



8 pav. Skaitiškai nustatytos betono tempiamojo sustandėjimo diagramos, kintant armatūros tamprumo moduliui:  
a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

Fig. 8. Numerically derived tension stiffening diagrams of varying an elastic modulus of reinforcement:  
a –  $\rho = 1,0 \%$ ; b –  $\rho = 2,0 \%$

### 3.2. Betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybė

Įvertinant supleišėjusio elemento darbą tarp plyšių, svarbu, kad jo deformacijų apskaičiavimo metodas būtų tikslus ir paprastas. Kaip buvo minėta, didžiausią įtaką betono tempiamajam sustandėjimui turi armavimo koeficientas  $\rho$  bei medžiagų mechaniniai ir fiziniai parametrai, t. y. armatūros  $E_s$  ir betono  $E_c$  tamprumo moduliai.

Pasiūlytame modelyje imtas vienas nepriklausomas kintamasis – armavimo koeficiento  $\rho$  ir armatūros  $E_s$  bei betono  $E_c$  tamprumo modulių santykio  $n$  sandauga  $\rho n$ .

Atlikus skaitinio eksperimento rezultatų analizę nustatyta, kad betono tempiamąjį sustandėjimą galima aprašyti tokia formule:

$$\sigma_t = \frac{f_{ct}}{1 + A \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} - 1 \right)^{0,5}}, \quad (6)$$

čia  $A$  – koeficientas, apskaičiuojamas taip:

$$A = 0,76 + 0,165 \rho n. \quad (7)$$

Apskaičiuota, kad parametro  $\rho n$  koreliacijos koeficientas lygus 0,921, o pasiūlyto modelio determinacijos koeficientas –  $r^2 = 0,943$ .

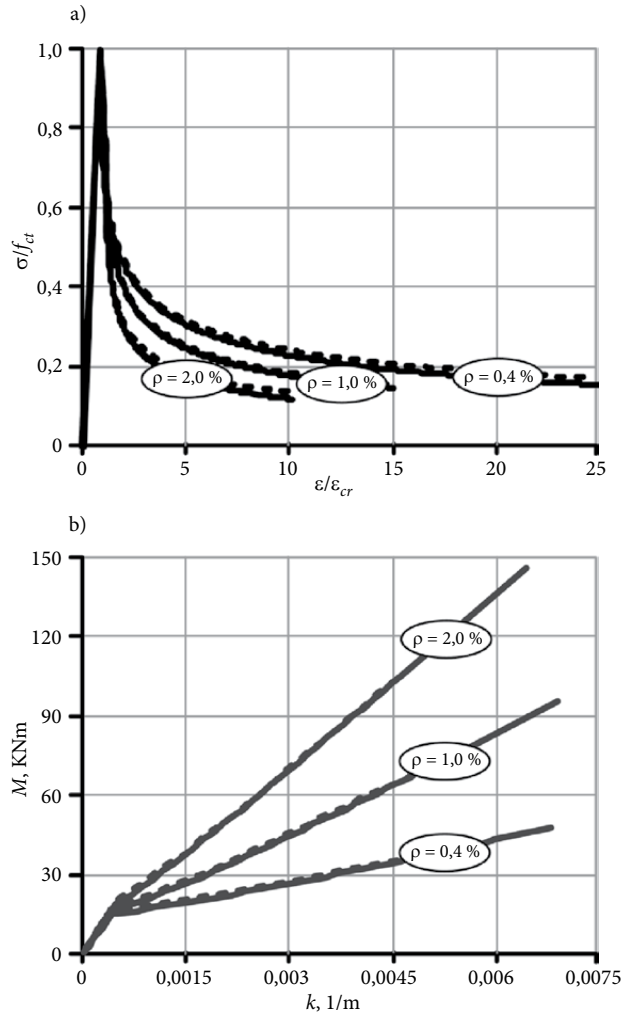
Paminėtina, kad jei elementas nėra armuotas, t. y.  $\rho = 0$ , (6) priklausomybė betono tempiamojo sustandėjimo neapima.

Būtina pažymėti, kad pasiūlytoji (6) formulė tinkama taikyti lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijų intervale.

Skaitinio eksperimento (ištininė linija) ir siūlomos priklausomybės (punktyrinė linija) (6) betono tempiamojo sustandėjimo kreivių lyginimo grafikai, esant skirtingiems armavimo koeficientams  $\rho$ , parodyti 9 pav., a. Apskaičiuotos momentų ir kreivių diagramos, esant skirtingiems armavimo koeficientams  $\rho$ , taikant pagal pasiūlytąjį modelį gautas betono tempiamojo sustandėjimo kreives, ir momentų bei kreivių diagramos, apskaičiuotos pagal EC2 metodą (1992), atitinkamai punktyrine bei ištinine linijomis pateiktos 9 pav., b.

Grafinė analizė (9 pav., a) rodo, kad esant skirtingiems armavimo koeficientams  $\rho$ , gauta gera skaitinių eksperimentų bei siūlomos lenkiamojo gelžbetoninio elemento betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybės (6) atitiktis.

9 pav., b, rodo, kad esant skirtingiems armavimo koeficientams  $\rho$ , gautas geras EC2 metodo (1992) ir pasiūlytojo modelio (6) skaičiavimo rezultatų sutapimas.



9 pav. Betono tempiamojo sustandėjimo kreivės (a), apskaičiuotos  $M$  ir  $k$  diagramos (b)

Fig. 9. Tension stiffening curves (a), calculated  $M - k$  diagrams (b)

### 4. Lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrova, kreivių apskaičiavimo metodas

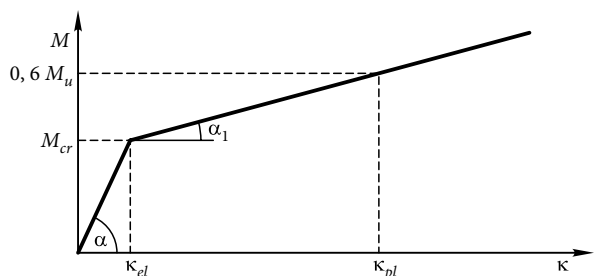
Šiame skyriuje pateikiamas pasiūlytas nesudėtingas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių apskaičiavimo metodas.

Kaip parodyta 10 pav., momentų ir kreivių diagrama sudalijama į dvi tiesines dalis: nesupleišėjusio ir supleišėjusio elemento stadijas. Esant tampriajai stadijai kreiviai  $\kappa_{el}$  apskaičiuojami pagal formulę:

$$\kappa_{el} = \frac{M}{E_c I_{el}}, \quad (8)$$

čia  $I_{el}$  – nesupleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento inercijos momentas.

Iš pateiktos diagramos (10 pav.) dydis  $\gamma$  nustatomas remiantis EC2 kreivių skaičiavimo metodu (1992),



10 pav. Lenkiamojo gelžbetoninio elemento  $M$  ir  $\kappa$  diagrama  
Fig. 10.  $M - \kappa$  diagram of the RC element in bending

esant  $0,6 M_u$  apkrovos intensyvumo lygiui, ir apskaičiuojamas taip:

$$\gamma = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha} \text{ arba } \gamma = \frac{I_{pl}}{I_{el}}, \quad (9)$$

čia

$$\text{tg } \alpha = E_c I_{el}, \quad (10)$$

$$\text{tg } \alpha_1 = E_c I_{pl}, \quad (11)$$

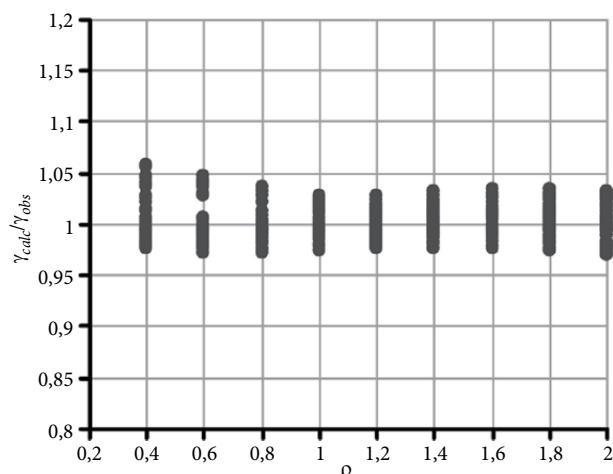
$I_{pl}$  – supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento inercijos momentas.

Tada supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreiviai  $\kappa$  nustatomi taip:

$$\kappa = \frac{M_{cr}}{E_c I_{el}} + \frac{M - M_{cr}}{E_c I_{el} \gamma}. \quad (12)$$

Remiantis skaitinio eksperimento metu gautosiomis momentų ir kreivių diagramomis, esant  $0,6 M_u$  apkrovos intensyvumo lygiui, buvo atlikta regresinė analizė koeficientui  $\gamma$  nustatyti:

$$\gamma = -0,033 - \frac{0,354d}{h} + 0,092 \ln\left(\frac{\rho nh}{d}\right) + \frac{0,436d}{h} (\rho n)^{0,4}. \quad (13)$$



11 pav.  $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$  kintant armavimo koeficientui  $\rho$   
Fig. 11.  $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$  for varying reinforcement ratio  $\rho$

Apskaičiuoti elementų, turinčių skirtingus armavimo koeficientus  $\rho$ , kreiviai, atitinkantys  $0,6 M_u$  apkrovos intensyvumo lygį, taikant pasiūlytą bei EC2 (1992) metodus, pateikti 11 pav.

Gautieji rezultatai išreikšti santykiniais dydžiais  $\gamma_{calc} / \gamma_{obs}$ .

Kaip matyti iš 11 pav., pasiūlytas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodas (12 priklausomybė) gerai atitinka EC2 metodo (1992) skaičiavimo rezultatus.

### 5. Eksperimentinių lenkiamųjų supleišėjusių gelžbetoninių elementų deformacijų skirtingais skaičiavimo metodais analizė

Šiame skyriuje pateikiama lenkiamųjų gelžbetoninių elementų kreivių skaičiavimo metodų tikslumo analizė.

Be pasiūlytų supleišėjusio betono tempiamojo sustandėjimo modelio (6 priklausomybė) ir metodo apskaičiuoti lenkiamojo gelžbetoninio elemento kreivę (12 priklausomybė), buvo analizuojami šie normų metodai ir betono tempiamojo sustandėjimo modeliai: EC2 (1992), SP 52-101 (2003), CEB-FIP (1993), STR 2.05.05:2005 (2005), Collins, Mitchell (1991), Fields, Bischoff (2004), Hsu (1993).

Analizės metu buvo panaudoti šešių autorių eksperimentiniai duomenys (iš viso 40 gelžbetoninių sijų). Visos sijos buvo stačiakampio skerspjūvio. Clark, Speirs (1978), Ashour (2000) ir kt. išbandytus elementus galima charakterizuoti kaip vidutiniškai ir stipriai armuotus, o dauguma Figarovskio (1962), Gushcha (1967), Kaklausko, Gribniak (2005) nagrinėtų sijų buvo silpnai armuotos. Pagrindinės eksperimentinių duomenų geometrinės ir medžiagų charakteristikos pateiktos 2 lentelėje. Kaip matyti, sijų armavimo koeficientas ir betono stipris kito gan plačiai.

Sijų kreiviai buvo apskaičiuoti dešimtyje apkrovos lygių, t. y.  $M' = \{0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1\}$ , čia  $M'$  apskaičiuojamas pagal formulę:

$$M' = (M - M_{cr}) / (M_u - M_{cr}), \quad (14)$$

čia  $M_u$  – lenkiamojo gelžbetoninio elemento laikomoji galia, esant armatūros takumo ribai  $f_{yd} = 400$  MPa;  $M_{cr}$  – pleišėjimo momentas, apskaičiuotas pagal EC2 (1992).

Deformacijų skaičiavimo tikslumas buvo įvertintas santykinėmis paklaidomis  $\Delta_{i,n}$ :

$$\Delta_{i,n} = x_{calc} / x_{obs}, \quad i = 1; 2; 3 \dots 10, \quad n = 40, \quad (15)$$

čia  $x_{calc}$  ir  $x_{obs}$  – atitinkamai apskaičiuotos ir eksperimentiniu būdu nustatytos lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijos;  $i$ -tosios apkrovos  $M'$  lygis.



2 lentelė. Pagrindinės gelžbetoninių sijų charakteristikos

Table 2. The main characteristics of RC beams

Autorius	$n$ , vnt.	$L_0$ , m	$h$ , mm	$b$ , mm	$\rho$ , %	$f_{cm}$ , MPa
Clark, Speirs (1978)	14	3,2	200–500	200	0,44–1,98	23,0–39,6
Kaklauskas, Gribniak (2005)	7	3,0	300	280	0,30	40,7–54,6
Gushcha (1967)	4	3,6	300	150	0,30–0,80	30,9–42,0
Figarovskij (1962)	7	3,0	250	180	0,40–0,90	29,4–37,1
Ashour (2000)	6	3,08	250	200	1,20–2,40	60,8–98,1
Nejadi (2005)	2	3,5	333–348	250	0,50	45,0
Iš viso	40	3,00–3,60	200–500	150–280	0,30–2,40	23,0–98,1

**Pastabos:**  $n$  – elementų kiekis;  $L_0$  – skaičiuojamasis elemento ilgis;  $h$  ir  $b$  – atitinkamai elemento aukštis ir plotis;  $\rho$  – elemento tempiamosios zonos armavimo koeficientas;  $f_{cm}$  – betono gniuždomasis stipris

Vertinant skaičiavimo metodų tikslumą, buvo nustatyti santykinės paklaidos  $\Delta_{i,n}$  vidurkis  $m_\Delta$  ir vidutinis kvadratinis nuokrypis  $s_\Delta^2$ . Įlinkių apskaičiavimo atitiktis eksperimentiniams duomenims įvertintas taikant pasikliautinųjų intervalų metodą.

Analizė parodė, kad skaičiavimo tikslumas priklauso nuo tempiamosios zonos armavimo koeficiento  $\rho$ . Todėl buvo sudaryti trys analizės intervalai:  $\rho < 0,5\%$ ,  $0,5\% \leq \rho \leq 1,0\%$  ir  $\rho > 1,0\%$ .

Pažymėta, kad didžiausią įtaką visų metodų tikslumui turi elemento tempiamosios zonos armavimo procentas  $\rho$  ir apkrovimo intensyvumas. Didžiausios paklaidos nustatytos mažai armuotų eksperimentinių duomenų ( $\rho < 0,5\%$ ) intervale.

Santykinės paklaidos vidurkis ir vidutinis kvadratinis nuokrypis atskiriems metodams atitinkamai kito taip: 0,97–1,74 ir 0,082–0,553 (EC2, 1992), 0,93–2,32 ir 0,736–0,539 (SP 52-101, 2003), 0,94–1,90 ir 0,115–0,984 (STR 2.05.05:2005, 2005), 0,64–1,27 ir 0,097–0,390 (CEB-FIP, 1993), 0,81–1,33 ir 0,086–0,405 (Collins, Mitchell 1991), 0,66–1,90 ir 0,079–0,721 (Fields, Bischoff 2004), 0,92–1,26 ir 0,074–0,280 (Hsu 1993), 0,96–1,75 ir 0,075–0,541 (6 priklausomybė), 1,05–1,69 ir 0,102–0,448 (12 priklausomybė).

Vidutiniškai ir stipriai armuotų lenkiamųjų gelžbetoninių elementų ( $\rho > 1,0\%$ ) santykinės paklaidos vidurkis ir vidutinis kvadratinis nuokrypis atitinkamai buvo: 0,88–1,05 ir 0,066–0,146 (EC2, 1992), 0,86–1,07 ir 0,066–0,170 (SP 52-101, 2003), 0,97–1,03 ir 0,057–0,219 (STR 2.05.05:2005, 2005), 0,83–0,87 ir 0,032–0,112 (CEB-FIP, 1993), 0,86–0,90 ir 0,037–0,108 (Collins, Mitchell 1991), 0,91–1,03 ir 0,059–0,164 (Fields, Bischoff 2004), 0,89–0,90 ir 0,048–0,107 (Hsu 1993), 0,91–1,08 ir 0,050–0,146 (6 priklausomybė), 0,91–0,94 ir 0,068–0,148 (12 priklausomybė).

Nustatyta, kad, taikant pasiūlytąjį betono tempiamojo sustandėjimo modelį, gautą iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų (6 priklausomybė), apskaičiuotieji kreiviai gerai atitinka EC2 skaičiavimo metodikos (1992) rezultatus.

## 6. Išvados

1. Europos statybos inžinieriai gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimams taikydami Europos normų (EC2) metodą gana tiksliai apskaičiuoja gelžbetoninių elementų deformacijas. Deja, normų metodai negali būti taikomi sudėtingų konstrukcijų formos ir apkrovimo atvejais. Tokių konstrukcijų analizei taikomi skaitiniai metodai, kuriais gali būti įvertinti sudėtingi gelžbetonio elgsenos aspektai bei netiesinės medžiagų savybės. Europos normos pateikia gniuždomojo betono modelį, tačiau neduoda suplesėjusio tempiamojo betono modelio (dar vadinamo tempiamojo sustandėjimo modeliu), kuris turi didelę įtaką apskaičiuotoms deformacijoms. Todėl projektuotojai negali atlikti sudėtingesnių konstrukcijų įtempimų ir deformacijų būvio analizės, taikydami Europos normų nuostatas.
2. Paprastai tempiamojo sustandėjimo modeliai gauti iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, o vėliau taikomi skaičiuojant lenkiamuosius elementus. Taip apskaičiuojant lenkiamųjų elementų deformacijas, dažnai daromos nemažos paklaidos. Šiame straipsnyje tempiamojo sustandėjimo modelis, atitinkantis Europos normų nuostatas, buvo gautas iš lenkiamųjų elementų.
3. Tempiamojo sustandėjimo modelis gautas taikant skaitinį eksperimentą iš momentų ir kreivių diagramų, apskaičiuotų pagal Europos normas. Gautasis tempiamojo betono modelis sudarytas iš dviejų

- dalių: kylančios tampriosios ir krintančios, atitinkančios supleišėjusio betono elgseną. Krintančios diagramos dalies forma labiausiai priklauso nuo tempiamojo betono stiprio, armavimo koeficiento bei armatūros ir betono tamprumo modulių santykio.
4. Pasiūlyta supleišėjusio betono tempiamojo sustandėjimo priklausomybė gerai atitinka EC2 skaičiavimo rezultatus (mažai armuotų elementų atveju  $\rho < 0,5$  % skaičiavimo paklaida apie 1 %; kitu atveju, kai armavimo koeficientas  $\rho > 1,0$  %, skaičiavimo paklaida – iki 2 %).
  5. Pasiūlytas supaprastintas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių apskaičiavimo metodas.
  6. Pasiūlytas supleišėjusio lenkiamojo gelžbetoninio elemento, veikiamo trumpalaikės apkrovos, kreivių nustatymo metodas gerai atitinka EC2 skaičiavimo rezultatus (mažai armuotų elementų atveju  $\rho < 0,5$  %, skaičiavimo paklaida apie 1 %; kitu atveju, kai armavimo koeficientas  $\rho > 1,0$  %, skaičiavimo paklaida – iki 2 %).
- Literatūra**
- Ashour, S. A. 2000. Effect of compressive strength and tensile reinforcement ratio on flexural behaviour of high-strength concrete beams, *Engineering Structures* 22(5): 413–423. doi:10.1016/S0141-0296(98)00135-7
- CEB–FIP Model Code 90. 1993. Comité Euro–International du Béton–Fédération Internationale de la Précontrainte, Ed. Telford, T. London.
- Clark, L. A.; Speirs, D. M. 1978. *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load*. Technical Report 42.521, Cement and Concrete Association. 19 p.
- Collins, M. P.; Mitchell, D. 1991. *Prestressed Concrete Structures*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J. 766 p.
- Consideré. 1899. Influence des Armatures Metalliques sur le Propriétés des Mortiers et Béton (Influence of metal reinforcement on the properties of mortar and concrete), *Le Genie Civil* 34(15): 229–233.
- Eurocode No. 2 (EC2). *Design of Concrete Structures, Part General Rules and Rules for Buildings*. Brussels, Belgium. 1992. 230 p.
- Fields, K.; Bischoff, P. H. 2004. Tension stiffening and cracking of high-strength reinforced concrete tension members, *ACI Structural Journal* 101(4): 447–456.
- Figarovskij, V. V. 1962. *Experimental Investigation of Stiffness and Cracking of Reinforced Concrete Flexural Members Subjected to Short-Term and Long-Term Loading* [Экспериментальное исследование жёсткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов при кратковременном и длительном действии нагрузки]: PhD dissertation. Moscow: NIIZhB. 210 p. (in Russian).
- Gushcha, Yu. P. 1967. *Investigation of Elastic-Plastic Behaviour of Flexural Concrete Beams Reinforced with Deformed Bars* [Исследование изгибаемых железобетонных элементов при работе стержневой арматуры в упруго-пластической стадии]: PhD dissertation. Moscow: NIIZhB. 210 p. (in Russian).
- Hsu, T. C. T. 1993. *Unified Theory of Reinforced Concrete*. CRC Press, Inc. 336 p.
- Kaklauskas, G.; Ghaboussi J. 2001. Stress-strain relations for cracked tensile concrete from RC beam tests, *Journal of Structural Engineering ASCE* 127(1): 64–73. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:1(64)
- Kaklauskas, G.; Gribniak, V. 2005. Effects of shrinkage on tension stiffening in RC members, in *Proceedings of the fib Symposium Structural Concrete and Time*, Grafikar Sociedad, La Plata, 1: 453–460.
- Nejadi, S. 2005. *Time-Dependent Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete Structures*: PhD dissertation. University of New South Wales. 390 p.
- SP 52-101. 2003. *Concrete and Reinforced Concrete Structures Without Prestressing* [Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры]. Moscow (in Russian).
- STR 2.05.05:2005. 2005. *Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas*. Vilnius: Lietuvos Respublikos aplinkos ministerija. 121 p.
- Torres, L.; López-Almansa, F.; Bozzo, L. M. 2004. Tension-stiffening model for cracked flexural concrete members, *Journal Structural Engineering* 130(8): 145–155. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:8(1242)

## A SHORT-TERM DEFORMATION ANALYSIS METHOD OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

**R. Girdžius, G. Kaklauskas, R. Zamblauskaitė, R. Jakubovskis**

**Abstract.** The deformation analysis of cracked reinforced concrete (RC) members is not straightforward and often controversial. The main difficulties arise from the complex structure of concrete matrix, different mechanical properties of concrete and reinforcement, the creep and shrinkage of concrete and tension stiffening. The latter effect is related to intact concrete and reinforcement interaction between cracks. Tension stiffening effect has a significant influence on the results of a short-term deformation analysis of RC members. The present research is aimed at deriving tension-stiffening relationship in accordance with the provisions of the Eurocode 2 technique. Using the inverse technique proposed by the second author, tension-stiffening constitutive laws were derived from the moment-curvature diagrams of RC beams calculated by Eurocode 2. The diagrams were calculated for a number of RC sections having a different amount of tensile reinforcement, the grade of concrete, effective depth and a modulus of steel elasticity. For the above model parameters, 450 moment-curvature diagrams were generated. For each of them, tension-stiffening relationships were obtained. The performed regression analysis led to analytical tension – stiffening relationship, which takes into account the reinforcement ratio, modulus ratio and concrete grade. A simplified short-term deformation analysis method of flexural RC members has been also proposed. This method is based on a bi-linear moment-curvature diagram: elastic and cracked parts. For the cracked part of the moment-curvature diagram, coefficient  $\gamma$  was introduced, which deals with the degradation of stiffness after cracking. An analytical expression was proposed for calculating coefficient  $\gamma$ , which takes into account the effective depth of the beam, reinforcement ratio and modulus ratio. A statistical verification of the proposed models has shown that a good agreement between calculated and experimental results was obtained at service loadings.

**Keywords:** stress-strain response, bending, cracking, tension-stiffening.

**Rokas GIRDŽIUS.** A junior research fellow at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. PhD (2005) from VGTU. Research interests: deformation of RC and PC structures.

**Gintaris KAKLAUSKAS.** Prof., the Head of the Department of Bridges and Special Structures, VGTU, Lithuania. PhD and Dr Habil from VGTU. A recipient of Fulbright Fellowship (for research work at the University of Illinois, Urbana-Champaign, 1996) and Marie Curie Fellowship (experienced researcher category, 2002–2003). A member of the FIB Task Group 4.1 “Serviceability Models”. Research interests: various topics of RC, particularly constitutive modelling and numerical simulation of RC structures.

**Renata ZAMBLAUSKAITĖ.** Associate Professor at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. PhD (2005) from VGTU. Research interests: deformation of RC and PC structures.

**Ronaldas JAKUBOVSKIS.** A junior research fellow at the Department of Bridges and Special Structures, Vilnius Gediminas Technical University (VGTU), Lithuania. Research interests: bond of reinforcement in concrete.