VERSLAS: TEORIJA IR PRAKTIKA / BUSINESS: THEORY AND PRACTICE
ISSN 1648-0627 / eISSN 1822-4202
http://www.btp.vgtu.lt

2014 15(1): 58–70

# OMEGA ATŽVILGIU OPTIMIZUOTO AKCIJŲ PORTFELIO EMPIRINIAI TYRIMAI

**Renaldas Vilkancas**

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*
*El. paštas Renaldas.Vilkancas@vgtu.lt*

*Įteikta 2013-07-12; priimta 2013-09-02*

**Santrauka.** Straipsnyje nagrinėjamas portfelio optimizavimas omega funkcijos, pasiūlytos Keating ir Shadwick, atžvilgiu naudojant empirinius duomenis ir lyginant gautus rezultatus su rezultatais, gautais taikant tradicinius portfelio optimizavimo metodus. Gauti rezultatai iš esmės atitiko lūkesčius – omega atžvilgiu optimizuotas portfelis pralenkė vienodų svorių bei vidurkių ir dispersijos atžvilgiu optimizuotus portfelius, kai šių portfelių optimizavimas buvo grindžiamas įprastais imties įverčiais ir atsiliko ar prilygo portfeliams, sudarytiems remiantis suderintais kovariacinės matricos įverčiais. Be to, pažymėtina, kad, optimizuojant omega funkciją, naudotas pats paprasčiausias „istorinis" scenarijus, todėl galima pagrįstai tikėtis, kad, naudojant sudėtingesnius scenarijų sudarymo algoritmus, galima gauti geresnių rezultatų.

**Reikšminiai žodžiai:** portfelio optimizavimas, omega funkcija.

# AN EMPIRICAL INVESTIGATION ON OMEGA OPTIMISED STOCK PORTFOLIO

**Renaldas Vilkancas**

*Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania*
*E-mail: Renaldas.Vilkancas@vgtu.lt*

*Received 12 July 2013; accepted 02 September 2013*

**Abstract.** This paper considers portfolio optimisation with respect to the Omega function, proposed by Keating & Shadwick, and investigates its empirical performance compared with the traditional approaches for portfolio optimisation. The results were in-line with expectations: omega-optimised portfolio surpassed the performance of equally weighted portfolio and mean-variance portfolios based on sample estimates and was inferior only to, or equalled portfolios based on regularised estimates of the covariance matrix. In addition, it can be stated that optimisation of the Omega function was based on historical returns used as "scenarios", so it can be reasonably expected to receive better results by using inputs or scenarios obtained by more sophisticated methods.

**Keywords:** portfolio optimisation, Omega function.

**JEL Classification:** C39, G23, G24, G30.



http://dx.doi.org/10.3846/btp.2014.06

**Įvadas**

Rizikos valdymas, įskaitant ir investicijų portfelio rizikos valdymą, reikalauja nustatyti svarbiausius rizikos šaltinius, priemones ar būdus, kurie leistų maksimaliai pagerinti rizikos ir atlygio santykį. Jei investicijų portfelio grąža ir nuostoliai būtų pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, efektyviuosius portfelius galėtume sudaryti remdamiesi vien tik gerai žinomu Markovico (Harry M. Markowitz) vidurkių ir dispersijų modeliu. Kad kainų pokyčiai nėra normaliai pasiskirstę ir pasižymi asimetrija, ekscesu ir dideliais nuokrypiais, pirmasis pastebėjo B. Mandelbrotas (B. Mandelbrot) dar 1969 m. Šiandien neabejojama, kad ekstremalūs pokyčiai vertybinių popierių rinkose turi gerokai didesnę tikimybę nei galima būtų tikėtis remiantis Gauso atsitiktiniu procesu. Nors akcijų „negausiškumo" problema santykinai yra mažesnė nei kredito vertybinių popierių, išvestinių ir kitų finansinių priemonių, pasižyminčių „netiesiškomis" išmokomis, tačiau grąžų „negausiškumas" reiškia, kad reali akcijų portfelio rizika, su kuria susiduria portfelio valdytojas, yra gerokai didesnė nei rodo rizikai matuoti istoriškai plačiai naudojamas grąžų kintamumas (standartinis nuokrypis). Rizikos mato, padedančio geriau įvertinti riziką ir valdyti rizikos ir atlygio santykį, paieškos privertė iš naujo peržiūrėti rizikos apibrėžimą ir lėmė naujų portfelio formavimo ir optimizavimo metodų paiešką. Šalia tradicinio požiūrio į rizikos ir atlygio santykio optimizavimą atsirado naujas požiūris, kurio esmė – tikimybiškai modeliuoti tikėtiną investicijų grąžą ir prisiimamą riziką.

Išaugęs kasdienis rinkų kintamumas ir dideli kainų svyravimai be abejonės kelia investuotojų nerimą, tačiau investuotojus labiausiai gąsdina negrįžtamų netekčių grėsmė. Natūralu, kad šis susirūpinimas ypač išauga, kai finansų rinkų augimo tendencijas keičia „lokių" rinka, pasižyminti mažėjančiomis kainomis. Simetriniai kintamumo matai „nediskriminuoja" netekimų rizikos, nors investuotojai vengia neigiamos rizikos ir mielai priima teigiamą riziką.

Asimetrinio rizikos mato idėja nėra nauja. Prieš daugiau nei pusę amžiaus A. Rojus (Roy 1952) pasiūlė portfelio sudarymo koncepciją, paremtą principu „pirmiausia – saugumas", kurios esmė – portfelio pozicijoms taikyti tokius apribojimus, kurie sumažintų tikimybę, kad pelnas per ateinantį laikotarpį bus mažesnis už kritinį lygį, nustatytą iš anksto. H. Markovicas savo darbuose svarstė galimybę naudoti dalinę variaciją kaip neigiamos rizikos matą. Investicijų valdymo bendrovė „JP Morgan" 1994 m. viešai paskelbė savo rizikos valdymo sistemą, paremtą rizikos vertės (angl. *value at risk*, VaR) koncepcija. Rizikos vertė yra didžiausias tikėtinas nuostolis per tam tikrą laikotarpį esant tam tikram patikimumo lygmeniui. Bazelio bankų priežiūros komitetui 2004 m. patvirtinus naują bankų kapitalo pakankamumo skaičiavimo metodiką, rizikos vertė tapo sektoriaus standartu. Nepaisant to, dėl didelių trūkumų šis matas nėra plačiai naudojamas optimizuojant investicijų portfelius. Artzner *et al.* (1999) įrodė, kad VaR rizikos matas gali neatitikti dviejų koherentinio (ang. *coherent*) mato savybių – subadityvumumo ir monotoniškumo, jei kintamojo skirstinys nepriklauso elipsinių skirstinių šeimai. Rizikos mato suderinamumas yra svarbus dėl kelių priežasčių: subadityvumumo ir monotoniškumo savybės garantuoja globaliai optimalaus sprendimo egzistavimą. Subadityvumo savybės nebuvimas reiškia, kad dviejų investicijų bendra VaR rizika gali būti didesnė už jų atskirai paimtą VaR riziką, t. y. diversifikuojant portfelį VaR išaugtų. Be jau išvardytų trūkumų, VaR neįvertina galimo netikėtinų nuostolių dydžio, t. y. neįvertina rizikos, peržengiančios VaR lygį, situacijos, dažnai pasitaikančios kylant neįprastam rinkų kintamumui.

Rockafellar ir Uryasev (2000) pasiūlė naudoti alternatyvų procentilinį rizikos matą – sąlyginę rizikos vertę (angl. *Conditional value-at-risk*, CVaR), leidžiančią įvertinti nuostolius, kai šie peržengia VaR ribą. Sąlyginė rizikos vertė tenkina koherentinio mato savybes (Pflug 2000), todėl gali būti lengvai optimizuojama. Efektyviųjų portfelių kreivė gaunama imant skirtingas tikėtinos grąžos reikšmes ir minimizuojant CVaR. Kai grąžų skirstiniai yra normalieji, CVaR ir VaR matai yra ekvivalentūs Rockafellar ir Uryasev (2002).

Maksimalaus praradimo matą pirmieji pasiūlė Grossman ir Zhou (1993). Maksimalus praradimas (angl. *maximum drawdown*) apibrėžiamas kaip portfelio arba pozicijos didžiausios ir mažiausios vertės skirtumas, susidaręs per pasirinktą laikotarpį. Kadangi praėjusio laikotarpio maksimalaus praradimo vertė priklauso tik nuo vieno kainų kritimo taškinio įverčio, šis matas nėra labai patogus, kai norime palyginti skirtingų laikotarpių rezultatus, gautus naudojant skirtingas portfelių formavimo strategijas. Gerokai praktiškesnis praradimų matas – praradimų skirstinys, esant tam tikram patikimumo lygmeniui, žinomas kaip sąlyginė praradimų vertė (angl. *Conditional Drawdown-at-Risk*, CDaR). Portfelio optimizavimo būdus, naudojant sąlyginę praradimų vertę, ištyrė ir pasiūlė Chekhlov, Uryasev ir Zabarankin (2005).

Natūralu, kad vienas iš pagrindinių kritikos metodų, paremtų nuostolių rizikos matais, argumentų yra tas, kad šie metodai pernelyg koncentruojasi į siekimą išvengti galimų nuostolių ir mažai dėmesio skiria grąžos, atitinkančios riziką, užtikrinimui. Kad investuotojai būtų patenkinti, nepakanka vien tik riboti nuostolius – investuotojai pageidauja gauti „asimetrišką" grąžą, t. y. kad pelnas viršytų nuostolius (Avouyi-Dovi, Morin, Neto 2004). Keating ir Shadwick (2002b) pasiūlė naują investicijų rezultatų vertinimo metodą, paremtą klasikiniu tikėtinų pelno ir nuostolių principu, – omega (angl. *Omega*) rodiklį. Šis rodiklis – tai tikimybės, kad grąža viršys pasirinktą ribinį dydį, ir tikimybės, kad grąža bus mažesnė už pasirinktą ribinį dydį, santykis. Aukštesnis omega rodiklis reiškia geresnį investicijų rezultatą. Skirtingai nei plačiai naudojamas Šarpo (angl. *Sharpe*) rodiklis, kuris įvertina tik du pirmuosius skirstinio momentus, omega rodiklis įvertina visą tikimybinį skirstinį ir leidžia objektyviai įvertinti rezultatus ir tais atvejais, kai grąžos pasižymi asimetrija ir sunkiais kraštais. Omega rodiklį paprasta naudoti vertinant praėjusių laikotarpių rezultatus, tačiau omega funkcija nėra iškilioji, todėl portfelį optimizuoti naudojant šią funkciją yra gana keblu. Mausser, Saunders ir Seco (2006) pasiūlė būdą, kuris tam tikromis sąlygomis leidžia portfelio omega optimizavimo uždavinį išspręsti tiesinio programavimo metodais, tačiau bendruoju atveju toks metodas netinka. Kitais atvejais portfelis optimizuojamas pagal euristinius optimizavimo metodus (Gilli, Schumann 2010) ar kitus globalaus optimizavimo metodus (Kane *et al.* 2009).

Nepaisant didelio susidomėjimo naujais rizikos matais, empirinių studijų, kurios palygintų klasikinius optimizavimo metodus su naujais ir atsakytų į klausimą, ar naujieji rizikos matai tinkami optimizuojant investicijų portfelius, nėra daug. Todėl šiame darbe keliamas tikslas – atliekant modelio grįžtamąjį patikrinimą su istoriniais duomenimis, ištirti pagrindines omega funkcijos atžvilgiu optimizuotų akcijų portfelių charakteristikas, gautus rezultatus palyginti su rezultatais, gautais pagal klasikinius portfelio optimizavimo metodus bei plačiausiai taikomas jų modifikacijas, taip pat portfeliais sudarytas pagal „naivius" portfelių sudarymo būdus. Remiantis gautais rezultatais, pasiūlyti konkrečius modelio įgyvendinimo sprendimus.

## 1. Klasikinė portfelio teorija ir jos kritika

Klasikinės portfelio teorijos sukūrimo data galima laikyti 1952 m., kai H. Markovicas išspausdino portfelio pasirinkimo teoriją (Markowitz 1952). Optimalaus portfelio, vadinamo efektyviuoju portfeliu, parinkimo problemą H. Markovicas formulavo kaip matematinį optimizavimo uždavinį: maksimizuojamas portfelio grąžos vidurkis, kai fiksuota dispersija:

$$\max w'\mu - \frac{\lambda}{2} w' \sum w,$$

čia $w$ – portfelį sudarančių vertybinių popierių (pozicijų) svorių koeficientai; $\mu$ – vertybinių popierių grąžų vidurkiai, $\Sigma$ – grąžų kovariacinė matrica; $\lambda$ – investuotojo tolerancijos rizikai koeficientas. Optimizuojant portfelį paprastai nustatoma viso investavimo sąlyga, t. y. kad svorių suma būtų lydi vienetui, o kai draudžiamas nepadengtasis pardavimas, nustatoma papildoma $w_i \geq 0$ sąlyga.

Remdamiesi H. Markovico portfelio teorija, investuotojai, rinkdamiesi investicijų portfelį, vadovaujasi tik dviem charakteristikomis: laukiama grąža ir rizika, kuriai matuoti naudojama dispersija, t. y. daugiamatę investicijų pasirinkimo problemą, kai, esant neapibrėžtumui, iš daugelio skirtingas charakteristikas turinčių turto rūšių reikia sudaryti investicijų portfelį, Markovicas supaprastino iki dviejų matmenų. Dėl to šis portfelio optimizavimo metodas dažnai vadinamas vidurkių ir dispersijų (MV) metodu. Portfelis laikomas MV optimaliu, jei, esant tam tiktam fiksuotam vidutiniam pajamingumui, minimizuojama rizika arba, esant tam tikrai fiksuotai rizikai, maksimizuojama laukiama grąža. Optimalių portfelių aibė, sudaryta atsižvelgiant į skirtingą investuotojų toleranciją rizikai, vadinama efektyviųjų portfelių kreive.

Nepaisant didelės modelio sėkmės akademiniuose sluoksniuose, praktinis šio modelio pritaikymas nebuvo labai sėkmingas, nes buvo greitai pastebėta, kad MV portfeliai nepasižymi nei geru investicijų išskaidymu, nei stabilumu. MV portfelis yra *ex ante* optimalus, kai įvesties parametrai yra „žinomi". Kadangi „tikrųjų" parametrų praktikoje nežinome, o naudojami jų įverčiai dažniausiai pervertina „tikrąsias" reikšmes arba jų tinkamai neįvertina, „optimizuotas" portfelis gali būti daug blogesnis nei neoptimizuotas portfelis, sudarytas taikant „naivius" rizikos išskaidymo metodus, pvz., lėšas portfelyje paskirstant vienodomis dalimis.

Naudodami momentų įverčius MV portfeliams sudaryti susiduriame su įverčių rizika, kurios šaltinis yra skirtumai tarp įverčių ir tikrųjų parametrų reikšmių. Todėl optimizuodami portfelį susiduriame jau ne su vienu, o su dviem rizikos šaltiniais: i) rinkų ir vertybinių popierių kainų nepastovumo rizika; ii) įverčių, arba klaidingų lūkesčių, rizika. Parametrų įverčių rizika ir reikšminga neigiama šios rizikos įtaka MV portfelio optimizavimui yra gana gerai ištyrinėta ir aprašyta.

Optimizuojant MV neproporcingai dideli svoriai priskiriami vertybiniams popieriams, turintiems aukštą laukiamą pajamingumą, neigiamą koreliaciją ir mažą dispersiją, o neproporcingai maži svorių koeficientai priskiriami vertybiniams popieriams, turintiems mažą laukiamą pelningumą, teigiamą koreliaciją ir didelę dispersiją. Toks svorių paskirstymas yra suprantamas, tačiau labiausiai tikėtina, kad būtent šie vertybiniai popieriai turės didžiausias įverčių paklaidas. Dėl šios priežasties MV optimizavimą Michaud įvardijo kaip įverčių paklaidų maksimizavimą (Michaud 1989).

Ypač smarkiai turto pasiskirstymą portfelyje veikia laukiamos grąžos įverčių paklaidos (Merton 1980). MV portfelis ypač jautrus grąžos pokyčiams, kai draudžiamas „nepadengtas" pardavimas – net labai nedidelis vieno vertybinio popieriaus grąžos vidurkio padidėjimas gali lemti, kad didelė dalis vertybinių popierių bus „išstumti" iš portfelio (Best, Grauer 1991).

Chopra ir Ziemba (1993), tyrinėdami vidurkių, dispersijų ir kovariacijų įverčių paklaidų santykinę įtaką MV portfeliams, nustatė, kad vidurkių paklaidos iki dešimt kartų reikšmingesnės nei dispersijų paklaidos, o dispersijų paklaidos iki dviejų kartų reikšmingesnės nei kovariacijų paklaidos. Atsižvelgiant į tai, smarkiai išaugo susidomėjimas minimalios dispersijos portfeliais, kuriems optimizuoti nereikalinga tikėtinųjų grąžų prognozė, o užtenka tik kovariacinės matricos. Deja, minimalios dispersijos portfeliai taip pat neišvengia didelės vertybinių popierių, pasižyminčių nedidele dispersija, koncentracijos (Clarke *et al.* 2011)

Dauguma pasiūlytų MV optimizavimo problemos sprendimo būdų vienaip ar kitaip yra susiję su modelio įvesties parametrų arba portfelio svorių apribojimais (Frost, Savarino 1988; Jagannathan, Ma 2003). Akivaizdu, kad, ribojant maksimalius svorius, užkertamas kelias nelogiškai didelei akcijų koncentracijai ir užtikrinamas geresnis rizikos išskaidymas, tačiau svorių apribojimai reiškia, kad mažiau remiamasi optimizavimo procedūromis ir rinkos „signalų“ patikimumu, o daugiau – „naiviu“ rizikos valdymu.

Dar vieną problemos sprendimo būdą pasiūlė Ledoit ir Wolf (2003, 2004). Jie pareiškė, kad dėl gaunamų didelių įverčių paklaidų niekam nederėtų iš akcijų grąžų imties gaunamą kovariacinę matricą S naudoti portfeliams optimizuoti. Vietoje to mokslininkai pasiūlė naudoti kovariacinę matricą, „paslinktą link“ (angl. *shrunk*) struktūrizuotos kovariacinės matricos, gautos naudojant plačiai žinomą kapitalo įkainojimo modelį (CAPM). Jų argumentas tas, kad struktūrizuota kovariacinė matrica **F**, gaunama naudojant W. F. Sharpe supaprastintąjį vienfaktorį modelį, turi gerokai mažiau parametrų ir todėl gali būti apskaičiuota su gerokai mažesne paklaida. Jų pasiūlyta „paslinktoji“ kovariacinė matrica $\hat{\Sigma}$ gaunama taip:

$$\hat{\Sigma} = \hat{\delta}F + (1 - \hat{\delta})S,$$

čia – $\hat{\delta}$ optimali „poslinkio“ konstanta (angl. *shrinkage constant*), gaunama minimizuojant $\hat{\Sigma}$ vidutinę kvadratinę paklaidą. Naudojant struktūrizuotą kovariacinę matricą sumažinama įverčio paklaida, tačiau atsiranda modelio specifikavimo arba „neteisingo“ modelio paklaida (jei pasirinktas modelis neatitinka ar blogai atitina tikrovę). Kaip struktūrizuotos kovariacinės matricos alternatyvą Ledoit and Wolf pasiūlė taikyti vienodos koreliacijos modelį, kuriame visos vertybinių popierių porinės koreliacijos pakeičiamos vienoda koreliacija, lygia vertybinių popierių koreliacijų vidurkiui (Ledoit, Wolf 2004).

DeMiguel *et al.* (2009b), išplėtę savo ankstesnę studiją (DeMiguel, Garlappi, Uppal 2009a) ir „peržaidę“ MV optimizavimu pagrįstų strategijų varžytuves, pripažino Ledoit ir Wolf metodo pranašumą, lyginat jį su 1/N strategija.

## 2. Portfelio optimizavimas omega funkcijos atžvilgiu

MV portfelio teorija tinkamiausia, kai riziką galima adekvačiai išmatuoti naudojant standartinį nuokrypį arba santykinį Šarpo rodiklį, t. y. tuomet, kai vertybinių popierių grąža turi normalųjį skirstinį (arba investuotojų naudingumo funkcija yra kvadratinė). Praktikoje vertybinių popierių grąžos pasižymi asimetrija ir sunkiais kraštais, todėl, remiantis įprasta logika, galima teigti, kad investuotojai, kai kitos sąlygos nekinta, pirmenybę turėtų teikti vertybiniams popieriams, turintiems teigiamą asimetriją, ir vengti arba reikalauti papildomo atlygio už vertybinius popierius, turinčius neigiamą asimetriją. Kad investuotojai galėtų tinkamai „įkainoti“ šiuos „naujus“ rizikos veiksnius, jiems reikalingas atitinkamas rizikos matas.

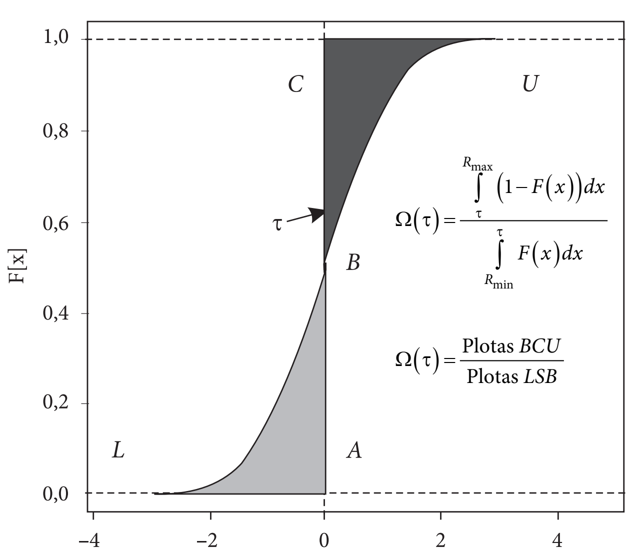
Keating ir Shadwick (2002a, 2002b) pasiūlytas naujas omega rodiklis yra ekvivalentiškas suminiam skirstiniui: jis įvertina visus aukštesniosios eilės momentus, jį naudojant nereikia remtis prielaidomis apie investuotojų toleranciją rizikai ar jų naudingumo funkcijas, ir todėl, pasak šių mokslininkų, tai yra universalus rodiklis, padedantis objektyviai įvertinti investicijų rezultatą.

Omega rodiklis apibrėžiamas taip:

$$\Omega(\tau) = \frac{\int_{\tau}^{R_{\max}} \left(1 - F(x)\right) dx}{\int_{R_{\min}}^{\tau} F(x)\, dx} = \frac{\int_{\tau}^{R_{\max}} BCU}{\int_{R_{\min}}^{\tau} LAB},$$

čia τ – pasirenkamoji slenkstinė grąžos vertė; $R_{\min}$ ir $R_{\max}$ – atitinkamai mažiausia ir didžiausia grąžų sekos reikšmės. Kai *t* reikšmė artimesnė $R_{\min}$ reikšmei, *BCU* plotas yra didesnis nei *LAB* plotas ir omega reikšmė yra didelė, ir atvirkščiai. Skaičiuojant omega rodiklį atsižvelgiama į slenkstinį grąžos lygį, kurio atžvilgiu rezultatas bus vertinamas kaip pelnas ar nuostolis, taigi jei *t* vertinsime kaip investuotojo reikalaujamą grąžos normą, omega rodiklis parodys, kiek rezultatas viršijo investuotojo lūkesčius. Atitinkamai didesnis omega rodiklis reiškia geresnį veiklos rezultatą – grąžą (1 pav.).

Optimizuodami portfelį omega funkcijos atžvilgiu renkamės pozicijų svorius, kurie maksimizuoja tikėtino pelno




**1 pav.** Grąžų suminis skirstinys ir omega rodiklis

**Fig. 1.** Total distribution of returns and the Omega function

ir tikėtinų nuostolių santykį. Formaliai omega optimizavimo uždavinį galima užrašyti taip:

$$\max_x \Omega_S(x,\tau);$$
$$\sum_i^n x_i = 1;$$
$$x_i^l \le x_i \le x_i^u \le 1.$$

Bendruoju atveju omega funkcijos optimizavimas ir panašūs (CVaR, CDaR funkcijų) optimizavimo uždaviniai smarkiai skiriasi nuo tradicinio vidurkių dispersijų optimizavimo, naudojant tikėtinosios grąžos vektorius ir kovariacijų matricas. Sprendžiant tokį uždavinį, optimizavimas grindžiamas stochastiniais scenarijais, t. y. baigtine scenarijų aibe *S*, kurioje kiekvienas scenarijus – tai viena visų nagrinėjimų pozicijų (akcijų) galimo pokyčio realizacija. Kiekvienas scenarijus turi savo tikimybę $p_i$, o bendra scenarijų tikimybių suma lygi 1.

Scenarijai, kuriais modeliuojamos būsimos akcijų grąžos, gali būti kuriami taikant imitacinio modeliavimo ir Monte Karlo metodus arba paprasčiausiu atveju istorinius praėjusių laikotarpių duomenis, galima laikyti scenarijais. Kaip rodo įvairios studijos, remiantis vien istoriniais duomenimis susiduriama su vadinamuoju modelio perterkliniu priderinimu (angl. *over-fitting*), t. y. modelis gerai atitinka sudarymo arba testavimo imties laikotarpį, tačiau pasižymi menka prognozavimo galia už šio laikotarpio ribų. Teoriškai geresnis būdas – taikant imitavimo metodus sukurti daugiau grąžas generuojantį procesą atitinkančių scenarijų, tačiau iš tiesų šis procesas nėra žinomas (jei apskritai toks egzistuoja) ir dažnai geriausia, ko galima tikėtis, kad praeities scenarijai išliks aktualūs ir ateityje bent jau kurį laiką.

Omega funkcija nėra iškiloji ir gali turėti daug lokaliųjų minimumų, todėl bendruoju atveju tradiciniai optimizavimo metodai čia netinka. Tokiems uždaviniams spręsti turi būti taikomi euristiniai optimizavimo metodai. Papildomas tokių metodų taikymo privalumas – optimizavimo uždavinys gali būti nesunkiai išplečiamas taikant papildomus ribojimus, pvz., svorių kardinalumo ir pan.

Portfelių optimizavimas omega funkcijos atžvilgiu šiame darbe buvo atliekamas naudojant genetinį diferencinės evoliucijos (angl. *Differential evolution*) algoritmą, įgyvendintą DEoptim pakete R aplinkoje (Ardia *et al.* 2011).

Nepaisant to, kad naujasis rodiklis „konceptualiai" atrodo labai patraukliai, atsakymo į klausimą apie šio optimizavimo metodo privalumus, lyginant jį su tradiciniais optimizavimo būdais, autoriaus žiniomis, yra labai nedaug, o palyginti nedaug atliktų tyrimų labiau orientuoti į optimizavimo metodų įvertinimą. Atliktų tyrimų apžvalga pateikiama 1 lentelėje.

## 3. Vienodų svorių portfelis

Vienodų svorių, arba tiesiog 1/N, portfelis (kai portfelį sudarančių akcijų yra *n*, kiekvieno jų svoris yra 1/*n*),

**1 lentelė.** Portfelio optimizavimo omega funkcijos atžvilgiu atliktų tyrimų apžvalga (sudaryta autoriaus)

**Table 1.** Overview of studies on optimisation of portfolio with respect to the Omega function (compiled by the author)

| Autoriai | Trumpas studijos aprašymas, pagrindiniai rezultatai |
|---|---|
| Avouyi-Dovi *et al.* 2004 | Duomenys: JAV, Anglijos ir Vokietijos akcijų rinkos indeksų savaitinės grąžos 1974–2003 m. laikotarpiu.<br>Optimizavimo metodas: slenkstinis algoritmas (angl. *Threshold accepting*).<br>Rezultatai: bendri pastebėjimai, kad omega gali būti naudojamas optimizuojant investicijų portfelius. |
| Kane *et al.* 2009 | Duomenys: dirbtiniai duomenys – trys akcijų grąžų sekos, apimančios 50 dienų laikotarpį.<br>Optimizavimo metodas: Nelder–Mead metodas ir MCS globalaus minimumo algoritmas.<br>Rezultatai: bendri pastebėjimai, kad omega portfeliai skiriasi nuo minimalios rizikos ar minimalaus praradimo portfelių. |
| Gilli *et al.* 2010 | Duomenys: vienerių metų duomenys, apimantys kelis šimtus Europos akcinių bendrovių.<br>Optimizavimo metodas: slenkstinis algoritmas.<br>Rezultatai: pabrėžiama, kad pagrindinis tikslas – įvertinti optimizavimo algoritmą, tačiau ne portfelio sudarymo strategijas |
| Gilli *et al.* 2011 | Duomenys: kelių šimtų stambiausių Europos akcinių bendrovių akcijų grąžų duomenys, apimantys 1998–2008 laikotarpį.<br>Optimizavimo metodas: slenkstinis algoritmas.<br>Aprašymas: 130/30 portfelio (t. y. portfelio, leidžiančio skolintų vertybinių popierių pardavimą) ir portfelio, draudžiančio „skolintas pozicijas", optimizavimas atliekant klasikinį vidurkių ir dispersijų bei omega funkcijos optimizavimą.<br>Rezultatai: klasikinio ir omega optimizavimo rezultatai autorių nėra lyginami tiesiogiai, netiesiogiai – omega atžvilgiu optimizuotas portfelis nebuvo pranašesnis. |
| Hentati, Prigent 2012 | Aprašymas: bazinių (angl. *plain vanilla*) struktūrizuotų produktų (akcijos ir pasirinkimo sandorio portfelio bei nerizikingos investicijos ir pasirinkimo sandorio portfelio) optimizavimas omega ir omega–Šarpo funkcijos atžvilgiu.<br>Rezultatai: struktūrizuotų produktų išmokos funkcija nėra iškiloji. |

lyginant įvairias portfelių optimizavimo strategijas, dažnai naudojamas kaip kontrolinis portfelis. Studijos parodė, kad naivieji 1/N portfeliai, dažnai pranoksta MV atžvilgiu optimizuotus portfelius, kai strategijų rezultatai vertinami naudojant naujus duomenis, nepatenkančius į optimizuoti naudotą duomenų imtį (DeMiguel, Garlappi, Uppal 2009a; Duchin, Levy 2009).

Ypač svarbus DeMiguel, Garlappi ir Uppal atlikta tyrimas: jie įvertino 14 portfelio optimizavimo modelių, naudodami 7 skirtingus duomenų rinkinius, ir nustatė, kad nė vienas iš 14 modelių nesugebėjo sistemingai aplenkti 1/*N* strategijos. Jų išvadoje skelbiama, kad MV paremtos optimizavimo strategijos dar turi būti gerokai tobulinamos, kad jų skelbtas pranašumas iš tiesų būtų realizuotas už imties ribų. Nors vėlesniame savo darbe DeMiguel *et al.* (2009b) pripažino Ledoit ir Wolf metodo pranašumą, 1/N strategija ir toliau išlieka mėgstamu „etalonu“, su kurio lyginami įvairūs portfelių sudarymo ir optimizavimo būdai.

1/*N* strategija, priskiriama rizika grindžiamų portfelio formavimo metodų grupei, iš tiesų nėra tokia jau „naivi“. Ji atitinka priešinimosi rinkos tendencijoms strategijų grupę, kurių principas – parduoti kainoms kylant, t. y. brangiai, ir pirkti kainoms krintant, t. y. pigiai. Akcijų kainoms augant, auga jų lyginamoji dalis portfelyje, kainoms krintant svoris krinta, todėl, norint išlaikyti vienodus svorius, portfelio sudėtis turi būti nuolat perskirstoma parduodant „laimėtojus“ ir perkant „pralaimėtojus“.

Natūralu, kad 1/N strategija nesiremia jokiais įvesties parametrais, tačiau labai priklauso nuo pagrindinės pasirenkamo turto imties. Žinoma, nė viena strategija negali visuomet būti 100 proc. teisinga, tačiau galima pagrįstai tikėtis, kad naudodami papildomą informaciją ir taikydami optimizavimo metodus turime gauti geresnius rezultatus nei naudodami 1/N strategiją, kuri nesiremia visiškai jokiais duomenimis.

## 4. Portfelio apyvarta ir vertybinių popierių pirkimo ir pardavimo sąnaudos

Vertybinių popierių portfelis gali būti valdomas aktyviai arba pasyviai. Dėl mažesnės apyvartos pasyvaus portfelio valdymo (valdymo sąnaudos – platesnė sąvoka, apimanti investicijų valdytojų atlygį ir kitas sąnaudas, tačiau šiame darbe vertinamos tik sąnaudos, susijusios su vertybinių popierių pirkimu ir pardavimu) sąnaudos yra gerokai mažesnės nei aktyvaus, kad padengtų papildomas sandorių sąnaudas ir užtikrintų savo pranašumą, aktyviai valdomi portfeliai turi uždirbti papildomą grąžą (investuotojų žargonu – vadinamą alfą).

Įgyvendindami portfelio strategiją portfelio svorius turime perskirstyti dėl dviejų priežasčių: 1) keičiantis modelio parametrams keičiasi optimalūs portfelio svoriai; 2) keičiantis portfelyje esančių akcijų rinkos kainoms, faktiniai svoriai nukrypsta nuo teorinių, ir siekdami panaikinti šį skirtumą turime perskirstyti portfelio pozicijas. Dėl antrosios priežasties turime reguliariai perskirstyti svorius net ir tuomet, kai optimalūs modelio svoriai nekinta, pvz., norėdami išlaikyti vienodų svorių portfelį.

Kadangi portfelio apyvarta ir sandorių sąnaudos tiesiogiai veikia portfelio grynąją grąžą, portfelio optimizavimo strategijos, pasižyminčios stabilumu ir nedidelėmis apyvartomis, turi geroką pranašumą palyginti su kitomis strategijomis, pvz., 1/N strategija, pasižyminti nedidelėmis apyvartomis, nes svorius reikia koreguoti tik dėl kainų pokyčio.

Portfelio apyvartą įprasta skaičiuoti dviem būdais: Jungtinėje Karalystėje ir Europoje visą portfelio apyvartą per vienerius metus įprasta vertinti kaip 200 proc. apyvartą, t. y. šimtaprocentinį portfelį sudarančių vertybinių popierių pardavimą ir šimtaprocentinį pirkimą. JAV visas portfelio pasikeitimas vertinamas kaip 100 proc. apyvarta. Abu apyvartos įvertinimo būdai, priklausomai nuo vertinamos situacijos, gali būti logiški: kalbant apie portfelio vertę 100 proc. rodiklis atrodo logiškas, nes bendra portfelio vertė nepakito, tačiau, vertinant portfelio apyvartos išlaidas, logiškesnė yra 200 proc. deklaruota apyvarta, nes išlaidos patiriamos tiek perkant, tiek parduodant vertybinius popierius. Šiame straipsnyje taikoma Europoje įprasta apyvartos deklaravimo metodika: visas investicijų portfelio pasikeitimas reiškia 200 proc. apyvartą.

Šiame darbe portfelio apyvarta skaičiuojama taikant įprastą metodiką (DeMiguel, Garlappi, Uppal 2009a; Gilli, Schumann *et al.* 2011). Vidutinė portfelio apyvarta gaunama taip:

$$\text{Apyvarta} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\left|x_{n,i} - x_{n,i-1}\right|,$$

čia $x_{n,\,t}$ – portfelio *i*-tosios pozicijos svoris po portfelio perskirstymo; $x_{n,\,t-1}$ – portfelio *i*-tosios pozicijos svoris prieš perskirstymą. Kadangi grąžą ir riziką įprasta pateikti naudojant metinius duomenis, tai ir apyvartos rodiklis atitinkamai perskaičiuojamas jį dauginant iš 12.

Apskaičiuoti portfelio grynąją grąžą, gautą atėmus su portfelio perskirstymu susijusias sąnaudas, yra sudėtingiau. Prekiaujant vertybiniais popieriais patiriama tiesioginių ir netiesioginių išlaidų. Tiesioginėms išlaidoms priskiriamas komisinis atlyginimas ir panašios išlaidos, netiesioginėms – pirkimo ir pardavimo kainų skirtumas, siejamas su vertybinių popierių likvidumu, ir sąnaudos, susijusios su „poveikiu rinkai“, t. y. poveikiu kainoms. Teoriškai įprasta prielaida, kad galima neribotai įsigyti ar parduoti vertybinių popierių neveikiant jų kainos, realiame pasaulyje mažai tikėtina, ypač parduodant didelius akcijų paketus. Sąnaudos taip pat gali būti proporcinės, t. y. priklausančios nuo sandorio sumos, ir fiksuotos, t. y. nuo sandorio sumos nepriklausančios.

Modeliuojant sandorių sąnaudas paprasčiau taikyti proporcinių apyvartos sąnaudų metodą. Darant prielaidą, kad kiekvieno sandorio proporcinių sąnaudų „tarifas“ yra lygus *c*, portfelio vertės, atskaičius sąnaudas, dinamiką galime aprašyti taip:

$$W_{i+1} = W_t(1+R_{t+1})\left(1 - c\sum_{n=1}^{N}\left|x_{n,i+1} - x_{n,t}\right|\right),$$

čia *R* – portfelio bendroji grąža. Tuomet portfelio grynoji grąža, atskaičius apyvartos sąnaudas, yra lygi:

$$\frac{W_t}{W_{t-1}} - 1.$$

Vertinant tiriamų strategijų grynąjį rezultatą, remiantis Carhart (1997) studija, buvo santykiškai „nustatytas“ 1 proc. proporcinis apyvartos tarifas, t. y. modeliuojama, kad 100 proc. portfelio apyvarta portfelio grynąsias pajamas sumažina 1 proc., arba, kitaip tariant, portfeliui reikia pasiekti 1 proc. alfa, kad padengtų 100 proc. išaugusią apyvartą (išsamią studijų, susijusių su sandorių sąnaudomis, apžvalgą galima rasti (Kasten (2007) atliktoje studijoje).

Nepaisant to, kad pasirinktas 1 proc. proporcinis apyvartos tarifas yra konservatyvus, jis yra du kartus didesnis nei DeMiguel, Garlappi ir Uppal (2009a) studijoje naudotas 0,5 proc. tarifas. Perkant ir parduodant didelius akcijų paketus, realios portfelio išlaidos gali būti gerokai didesnės (ir atitinkamai mažesnė grynoji portfelio grąža) dėl netiesioginių „poveikio rinkai“ sąnaudų, todėl dideli portfelio pokyčiai nepageidaujami.

## 5. Tyrimo metodika ir modelių efektyvumo įvertinimas

Omega portfelio efektyvumas vertintas lyginant jo rezultatus su kitais būdais optimizuotų portfelių rezultatais. Iš viso darbe lyginami aštuoni portfeliai (strategijos): vienodų svorių portfelis (EQW); klasikiniai H. Markovico mažiausios dispersijos ir liestinės taško arba maksimalaus Šarpo rodiklio portfeliai (atitinkamai C.MV ir C.TG); liestinės taško portfeliai optimizuoti naudojant Ledoit ir Wolf pasiūlytas vienodų koreliacijų ir „paslinktą“ kovariacines matricas (atitinkamai LWCC.TG ir LW1F.TG), mažiausios sąlyginės rizikos vertės ir maksimalios grąžos – rizikos santykio sąlyginės rizikos vertės portfeliai (minCVaR ir maxCVaR) ir omega portfelis (Omega).

Tyrimui paimti *Dow Jones Industrial Average* indeksą sudarančių bendrovių akcijų mėnesiniai grąžų duomenys, apimantys 1998-01-01–2013-04-30 laikotarpį (iš viso 30 akcijų ir 184 laikotarpiai).

Tiriamų portfelio optimizavimo strategijų rezultatai – grąža ir kiti rodikliai, buvo įvertinti naudojant mokslinėse studijose dažnai taikomą slankiojo imties „lango“ metodą (DeMiguel, Garlappi, Uppal 2009a; Gilli, Schumann *et al.* 2011). Pirmiausia pasirenkama vieno testavimo laikotarpio trukmė; šiame darbe $M = 36$ mėn. Remiantis pirmojo testavimo laikotarpio grąžų sekomis apskaičiuojami optimizavimo modeliui įgyvendinti reikalingi parametrai ir optimizavus procedūras gaunami optimalūs svoriai. Naudojant gautus svorius apskaičiuojama kito mėnesio, t. y. $t = M + 1$ portfelio grąža. Procesas tęsiamas pridedant vieną naują laikotarpį ir atmetant vieną vėliausią laikotarpį tol, kol baigiasi visas duomenų laikotarpis. Atlikus šį grįžtamąjį patikrinimą naudojant slankųjį „langą“ gaunama portfelio $T–M$ laikotarpių grąžų seka, apskaičiuota už portfelio sudarymo imties ribų, t. y. apskaičiuota su duomenimis, neįtrauktais į optimizuojant portfelį naudotų duomenų imtį. Gauta 148 laikotarpių grąžų seka, apimanti 2001-01–2013-04 laikotarpį.

Aprašyta procedūra taikoma kiekvienai tiriamai strategijai.

Galiausiai gautos portfelių grąžų sekos buvo įvertintos įvairiais aspektais, įskaitant bendrą grąžą, riziką, portfelio apyvartą, reikalingą konkrečiai strategijai įgyvendinti, portfelio koncentraciją ir grynąją grąžą, gautą atėmus sąnaudas, patirtas perskirstant portfelių svorius. Portfelių rezultatams įvertinti iš viso naudota 18 rodiklių. Be įprastų rizikos rodiklių – standartinio nuokrypio ir Šarpo rodiklio, pateikiami maksimalaus praradimo ir vidutinio praradimo rodikliai, taip pat maksimali ir minimali metinė grąža, gauta per nagrinėjamą laikotarpį. Vertinant portfelio apyvartą, pateikiama vidutinė metinė apyvarta ir bendra, t. y. viso laikotarpio, apyvarta.

Portfelio koncentracijai įvertinti naudojamas Gini koeficientas, skaičiuojamas pagal italų statistiko Corrado Gini sukurtą metodą. Koeficientas kinta nuo 0 iki 1, jei Gini koeficiento reikšmė yra 1. Tai rodo visišką portfelio koncentraciją (portfelį sudaro tik viena pozicija), o gerai išskaidyto vienodų svorių portfelio Gini koeficientas lygus 0. Gini koeficientą galima išreikšti procentais, jį dauginat iš 100. Rezultatų lentelėje pateikiamos minimalios, maksimalios ir vidutinės Gini koeficiento reikšmės, gautos per visą tiriamą laikotarpį. Be to, pateikiamos ir vienos bei trijų didžiausių kiekvieno portfelio pozicijų reikšmės (atitinkamai Top1H ir Top3H).

Galiausiai pateikiama portfelio grynoji metinė grąža ir grynoji vertė, gaunamos atskaičius proporcinius apyvartos mokesčius (TC), taip pat ir Šarpo rodiklis, apskaičiuotas naudojant grynąją grąžą.

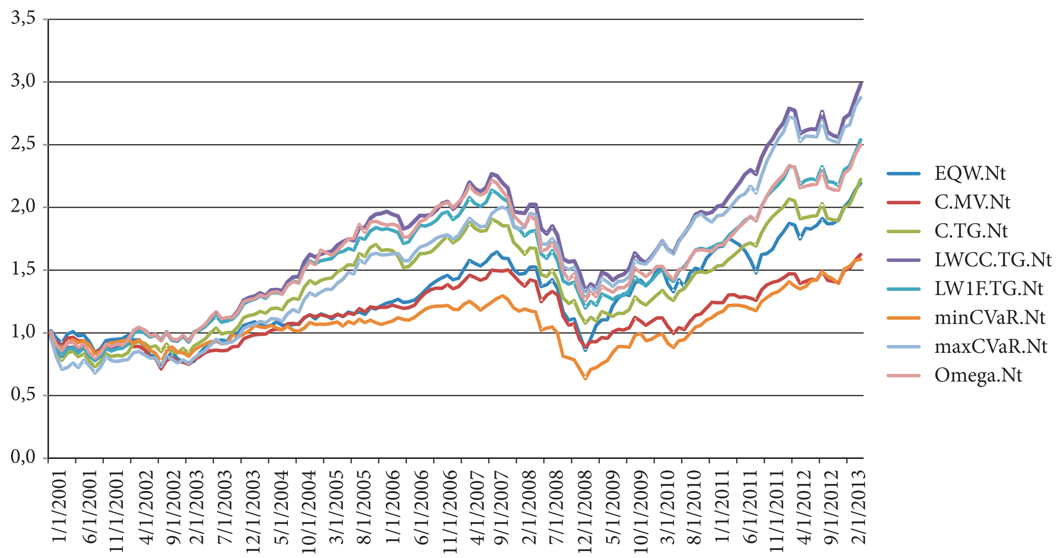
Iš 2 lentelėje pateiktų duomenų matyti, kad, vertinant portfelių pasiektą bendrąją vertę, Omega portfelis nusileido tik LWCC.TG ir nedaug C.TG portfeliams bei aplenkė kitus portfelius, įskaitant EQW. Tačiau ryškus omega portfelio trūkumas – didžiausia apyvarta, lyginant su kitais portfeliais. Įvertinus apyvartos sąnaudas, omega portfelis atsidūrė trečioje vietoje, o lyderiu, kaip ir galima buvo tikėtis, tapo EQW portfelis, pasižymintis minimalia apyvarta. Grynoji portfelių vertės dinamika pateikiama 2 pav.

Tačiau portfelio apyvartą galima lengvai kontroliuoti keičiant portfelio pozicijų perskirstymo politiką. Paprastai fondų valdytojai portfelių pozicijas perskirsto arba laikydamiesi tam tikro nustatyto periodiškumo, arba kai portfelio svoriai „nukrypsta“ už nustatytos leidžiamosios slenkstinės ribos, arba tam tikru periodiškumu, jei tuo metu svoriai yra peržengę nustatytą „slenkstį“. Tokį portfelio valdymą galima pavadinti taktiniu, kai, siekiant tam tikrų taktinių tikslų, pvz., sumažinti sandorių sąnaudas, leidžiama nukrypti nuo pagrindinės strategijos – optimalių svorių. Portfelio perskirstymo periodiškumas gali būti keičiamas ir dėl kitų priežasčių, pavyzdžiui siekiant sumažinti mokamus mokesčius (Lietuvoje pagal iki 2014 m. galiojusius įstatymus, pardavus vienerius metus išlaikytus vertybinius popierius, nereikėjo

**2 lentelė.** Portfelių rezultatai, kai svoriai perskirstomi kiekvieną mėnesį (sudaryta autoriaus)
**Table 2.** Portfolio results with weights distributed on a monthly basis (compiled by the author)

| | EQW | C.MV | C.TG | LWCC.TG | LW1F.TG | minCVaR | maxCVaR | Omega |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bendroji vertė (indeksas), Lt | 2,3245 | 1,8025 | 2,9505 | 3,1773 | 2,4664 | 2,1822 | 2,4042 | 2,9152 |
| Metinė grąža | 0,0708 | 0,0489 | 0,0917 | 0,0983 | 0,0759 | 0,0653 | 0,0737 | 0,0906 |
| Metinis standartinis nuokrypis | 0,1636 | 0,1220 | 0,1319 | 0,1346 | 0,1286 | 0,1438 | 0,1385 | 0,1340 |
| Maksimalus praradimas | 0,4800 | 0,3529 | 0,2965 | 0,3153 | 0,3332 | 0,3055 | 0,3348 | 0,2775 |
| Vidutinis praradimas | 0,0886 | 0,0626 | 0,0687 | 0,0524 | 0,0687 | 0,0734 | 0,0724 | 0,0575 |
| Maksimali metinė grąža | 0,5429 | 0,6280 | 0,6416 | 0,6182 | 0,6687 | 0,4656 | 0,6237 | 0,6778 |
| Minimali metinė grąža | –0,3021 | –0,1977 | –0,1677 | –0,1777 | –0,1937 | –0,1289 | –0,2637 | –0,1465 |
| Šarpo rodiklis | 0,4327 | 0,4010 | 0,6950 | 0,7299 | 0,5908 | 0,4542 | 0,5323 | 0,6762 |
| Metinė apyvarta (1 = 100 proc.) | 0,5100 | 2,4830 | 3,2323 | 3,1425 | 3,2403 | 5,0688 | 3,9707 | 4,2429 |
| Bendra apyvarta (1 = 100 proc.) | 6,6303 | 32,2795 | 42,0202 | 40,8522 | 42,1236 | 65,8942 | 51,6189 | 55,1571 |
| Minimalus Gini koeficientas | 0,0000 | 0,7372 | 0,7788 | 0,6957 | 0,7137 | 0,7664 | 0,7517 | 0,7542 |
| Maksimalus. Gini koeficientas | 0,0000 | 0,9416 | 0,9979 | 1,0000 | 0,9970 | 0,9530 | 0,9858 | 1,0000 |
| Vidutin. Gini koeficientas | 0,0000 | 0,8477 | 0,9112 | 0,9070 | 0,8856 | 0,8766 | 0,9228 | 0,9129 |
| Top1H | 0,0333 | 0,5532 | 0,9694 | 1,0000 | 0,9572 | 0,6208 | 0,8440 | 1,0000 |
| Top3H | 0,1000 | 0,9386 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9748 | 1,0000 | 1,0000 |
| Grynoji grąža, atskaičius 1 % TC | 0,0657 | 0,0241 | 0,0594 | 0,0668 | 0,0435 | 0,0146 | 0,0340 | 0,0482 |
| Šarpo rodiklis, atskaičius 1 % TC | 0,4015 | 0,1975 | 0,4500 | 0,4965 | 0,3387 | 0,1017 | 0,2456 | 0,3596 |
| Grynoji vertė, atskaičius 1 % TC | 2,1752 | 1,3042 | 1,9336 | 2,1106 | 1,6156 | 1,1264 | 1,4218 | 1,6726 |

*Pastaba.* Visų rodiklių reikšmės – proc., jei nenurodyta kitaip, t. y. 0,0708 = 7,08 proc.




**2 pav.** Portfelių grynosios vertės indeksas (2001 01 = 1 Lt); svoriai perskirstomi kiekvieną mėnesį
**Fig. 2.** Net value index of portfolios (2001 01 = LTL 1); weights are redistributed on a monthly basis

mokėti kapitalo prieaugio mokesčio, todėl būtų nelogiška pabrangusias akcijas parduoti anksčiau nei praėjus vienerių metų laikotarpiui).

3–5 lentelėse pateikiami rezultatai, gauti, kai portfelių svoriai perskirstomi atitinkamai kartą per ketvirtį, kartą per pusmetį ir kartą per metus.

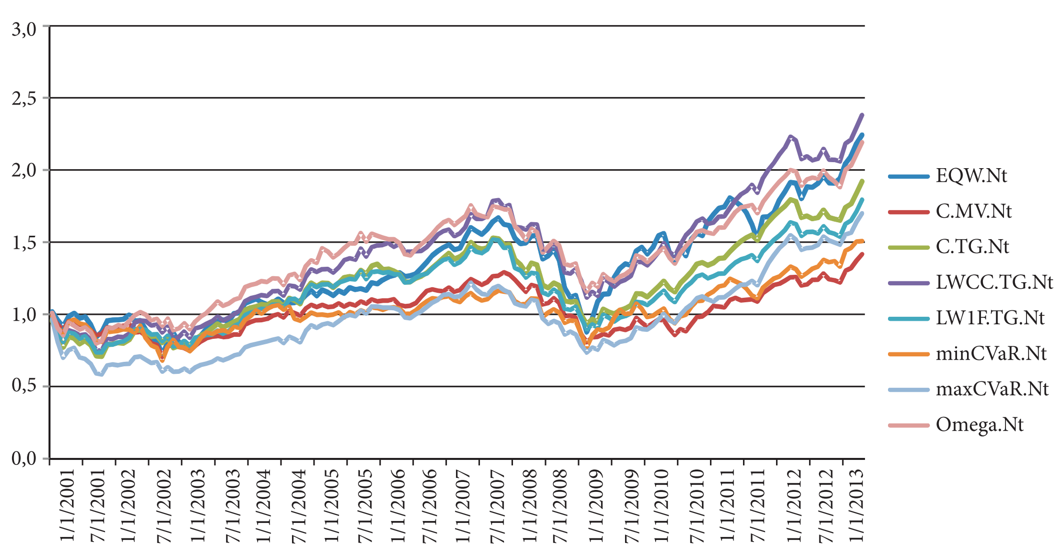
Iš pateiktų rezultatų matyti, kad sumažinus apyvartą ir apyvartos sąnaudas, omega portfelio grynoji vertė pralenkia EQW ir kitų portfelių vertes, tačiau labai atsilieka nuo LWCC.TG portfelio vertės.

Staigmena galima pavadinti maxCVaR portfelio rezultatą, gautą portfelio svorius perskirstant tik kartą per metus: iki tol

**3 lentelė.** Portfelių rezultatai, kai svoriai perskirstomi kiekvieną ketvirtį (šaltinis: sudaryta autoriaus)

**Table 3.** Results of portfolios with weights redistributed on a quarterly basis (source: compiled by the author)

| | EQW | C.MV | C.TG | LWCC.TG | LW1F.TG | minCVaR | maxCVaR | Omega |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bendroji vertė (indeksas), Lt | 2,3342 | 1,7200 | 2,4871 | 3,0528 | 2,3147 | 2,1558 | 2,2580 | 2,9602 |
| Metinė grąža | 0,0711 | 0,0450 | 0,0767 | 0,0947 | 0,0704 | 0,0643 | 0,0683 | 0,0920 |
| Metinis standartinis nuokypis | 0,1621 | 0,1189 | 0,1346 | 0,1363 | 0,1290 | 0,1414 | 0,1433 | 0,1301 |
| Maksimalus praradimas | 0,4721 | 0,3565 | 0,3663 | 0,3539 | 0,3838 | 0,3000 | 0,3928 | 0,3091 |
| Vidutinis praradimas | 0,0876 | 0,0591 | 0,0717 | 0,0578 | 0,0669 | 0,0825 | 0,0922 | 0,0648 |
| Maksimali metinė grąža | 0,5512 | 0,5743 | 0,6007 | 0,5779 | 0,6212 | 0,4651 | 0,5323 | 0,6268 |
| Minimali metinė grąža | −0,2963 | −0,2156 | −0,2415 | −0,2265 | −0,2544 | −0,1320 | −0,3151 | −0,1854 |
| Šarpo rodiklis | 0,4389 | 0,3782 | 0,5695 | 0,6948 | 0,5458 | 0,4545 | 0,4764 | 0,7069 |
| Metinė apyvarta (1 = 100 proc.) | 0,3039 | 1,4892 | 1,9763 | 1,9154 | 1,9573 | 2,7280 | 2,1582 | 2,3147 |
| Bendra apyvarta (1 = 100 proc.) | 3,9507 | 19,3597 | 25,6915 | 24,8998 | 25,4447 | 35,4637 | 28,0565 | 30,0906 |
| Minimalus Gini koeficientas | 0,0000 | 0,7322 | 0,7745 | 0,7300 | 0,7210 | 0,7671 | 0,7517 | 0,7542 |
| Maksinalus Gini koeficientas | 0,1079 | 0,9436 | 0,9898 | 1,0000 | 0,9948 | 0,9540 | 0,9859 | 0,9886 |
| Vidutinis Gini koeficientas | 0,0282 | 0,8499 | 0,9092 | 0,9087 | 0,8858 | 0,8778 | 0,9237 | 0,9135 |
| Top1H | 0,0556 | 0,4793 | 0,8945 | 1,0000 | 0,9249 | 0,6208 | 0,8437 | 0,8352 |
| Top3H | 0,1386 | 0,9406 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9786 | 1,0000 | 1,0000 |
| Grynoji grąža, atskaičius 1 % TC | 0,0681 | 0,0301 | 0,0569 | 0,0756 | 0,0508 | 0,0370 | 0,0467 | 0,0688 |
| Šarpo rodiklis, atskaičius 1 % TC | 0,4202 | 0,2529 | 0,4227 | 0,5543 | 0,3941 | 0,2616 | 0,3258 | 0,5290 |
| Grynoji vertė, atskaičius 1 % TC | 2,2432 | 1,4164 | 1,9211 | 2,3811 | 1,7939 | 1,5074 | 1,6987 | 2,1916 |




**3 pav**. Portfelių grynosios vertės indeksas (2001 01 = 1 Lt); svoriai perskirstomi kiekvieną ketvirtį

**Fig. 3.** Net value index of portfolios (2001 01 = LTL 1); weights are redistributed on a quarterly basis

ypatingu rezultatyvumu neišsiskyręs portfelis atsidūrė antroje vietoje. Nenuoseklus rezultatas neleidžia daryti apibendrinimų, todėl šį rezultatą reikėtų patvirtinti papildomais tyrimais.

Stebint 2–5 pav. pateiktą portfelių verčių dinamiką, galima pastebėti, kad, nepaisant bendrų tendencijų, jų reakcijos į rinkos pokyčius mastas yra nevienodas, pvz., akcijų kainoms krintant, didžiausią vertės nuosmukį patiria 1/*N* portfelis. Tokią elgseną galima sėkmingai išnaudoti derinant kelias portfelio strategijas.

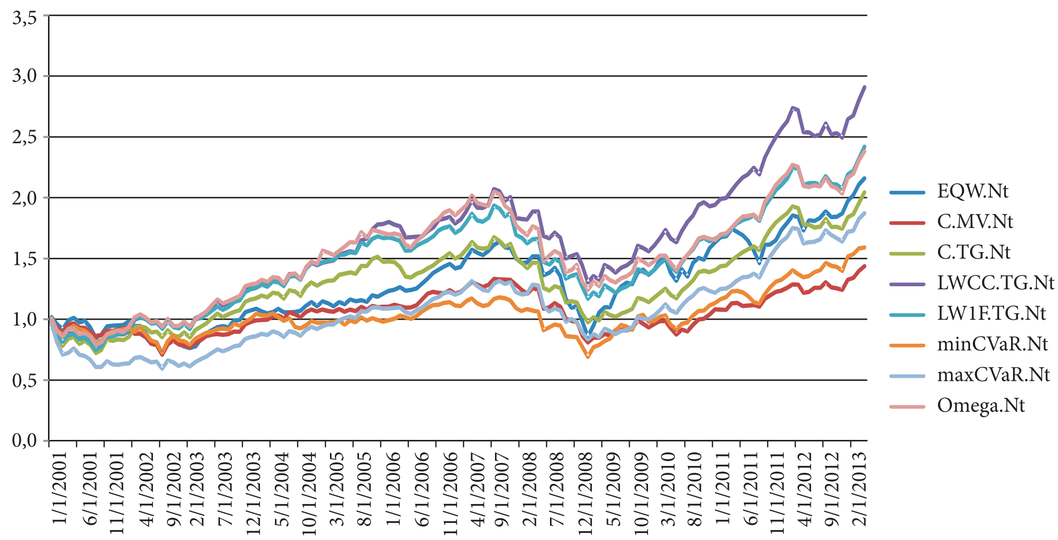
## Išvados

Gauti tyrimo rezultatai iš esmės patvirtina kitų mokslininkų skelbtus rezultatus, kad, naudojant reguliarizuotus

**4 lentelė.** Portfelių rezultatai, kai svoriai perskirstomi kas pusmetį (sudaryta autoriaus)

**Table 4.** Results of portfolios with weights redistributed every six months (compiled by the author)

| | EQW | C.MV | C.TG | LWCC.TG | LW1F.TG | minCVaR | maxCVaR | Omega |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bendroji vertė (indeksas), Lt | 2,2129 | 1,6479 | 2,4634 | 3,4624 | 2,8701 | 1,9871 | 2,3138 | 2,9335 |
| Metinė grąža | 0,0665 | 0,0413 | 0,0758 | 0,1059 | 0,0892 | 0,0573 | 0,0704 | 0,0912 |
| Metinis standartinis nuokrypis | 0,1598 | 0,1215 | 0,1353 | 0,1358 | 0,1318 | 0,1404 | 0,1430 | 0,1354 |
| Maksimalus praradimas | 0,4744 | 0,3772 | 0,3949 | 0,3517 | 0,3766 | 0,3869 | 0,3809 | 0,3684 |
| Vidutinis praradimas | 0,0940 | 0,0602 | 0,0758 | 0,0724 | 0,0694 | 0,1014 | 0,0905 | 0,0703 |
| Maksimali metinė grąža | 0,5396 | 0,5477 | 0,6094 | 0,5838 | 0,5928 | 0,4731 | 0,4880 | 0,6047 |
| Minimali metinė grąža | −0,2993 | −0,2456 | −0,2758 | −0,2173 | −0,2527 | −0,2293 | −0,3450 | −0,2176 |
| Šarpo rodiklis | 0,4162 | 0,3403 | 0,5603 | 0,7800 | 0,6772 | 0,4079 | 0,4921 | 0,6734 |
| Metinė apyvarta (1 = 100 proc.) | 0,1913 | 1,0474 | 1,4177 | 1,3455 | 1,3087 | 1,6962 | 1,6047 | 1,5815 |
| Bendra apyvarta (1 = 100 proc.) | 2,4870 | 13,6163 | 18,4304 | 17,4915 | 17,0136 | 22,0507 | 20,8612 | 20,5592 |
| Minimalus Gini koeficientas | 0,0000 | 0,7376 | 0,7993 | 0,7373 | 0,7210 | 0,7619 | 0,7517 | 0,7519 |
| Maksimalus Gini koeficientas | 0,1234 | 0,9450 | 0,9886 | 0,9939 | 0,9939 | 0,9543 | 0,9859 | 0,9886 |
| Vidutinis Gini koeficientas | 0,0464 | 0,8491 | 0,9073 | 0,9065 | 0,8839 | 0,8749 | 0,9231 | 0,9112 |
| Top1H | 0,0526 | 0,4793 | 0,8350 | 0,9120 | 0,9119 | 0,5880 | 0,8451 | 0,8352 |
| Top3H | 0,1399 | 0,9428 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9808 | 1,0000 | 1,0000 |
| Grynoji grąža, atskaičius 1 % TC | 0,0646 | 0,0309 | 0,0617 | 0,0925 | 0,0762 | 0,0403 | 0,0543 | 0,0754 |
| Šarpo rodiklis, atskaičius 1 % TC | 0,4042 | 0,2541 | 0,4556 | 0,6809 | 0,5779 | 0,2871 | 0,3799 | 0,5566 |
| Grynoji vertė, atskaičius 1 % TC | 2,1582 | 1,4356 | 2,0438 | 2,9068 | 2,4183 | 1,5904 | 1,8719 | 2,3818 |




**4 pav**. Portfelių grynosios vertės indeksas (2001 01 = 1 Lt); svoriai perskirstomi kas pusmetį

**Fig. 4.** Net value index of portfolios (2001 01 = LTL 1); weights are redistributed every six months

kovariacinės matricos įverčius, labai pagerinami portfelio rezultatai, gaunami už imties, kuri buvo naudojama optimizuojant portfelio parametrus, ribų.

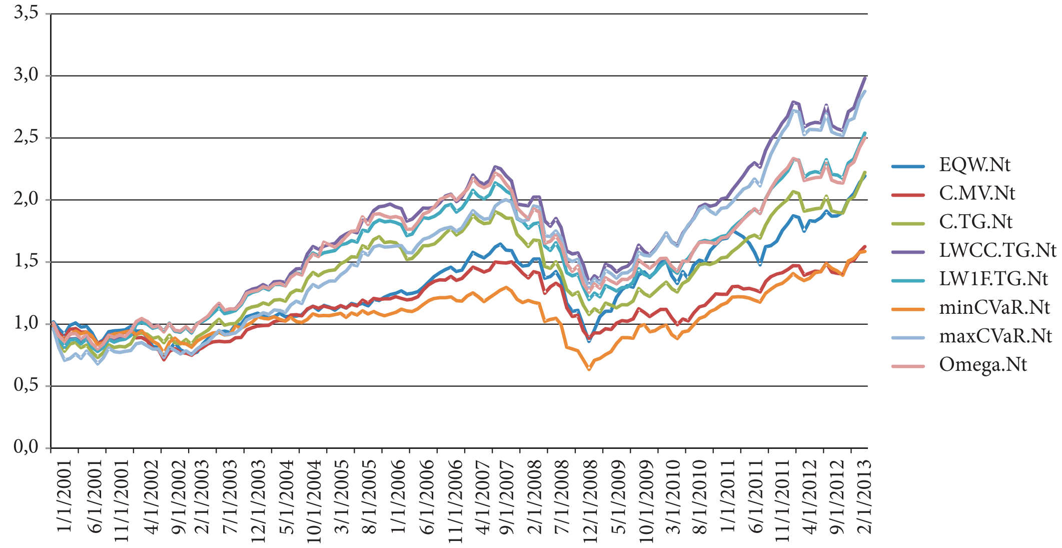
Akivaizdus LWCC.TG portfelio pranašumas, deja, dar kartą patvirtina dažnai išsakomą mintį, kad „geriau būti apytikriai teisiam nei tiksliai neteisiam“. Vienoda vidutine rinkos koreliacija paremto modelio nesugebėjo aplenkti sudėtingesni modeliai.

Omega funkcijos atžvilgiu optimizuotas portfelis iš esmės atitiko lūkesčius – jis pralenkė EQW portfelį ir prilygo LW1F.TG portfeliui. Taip pat galima pabrėžti stabilumą, kuriuo pasižymėjo omega portfelis. Be to, optimizuojant

**5 lentelė.** Portfelių rezultatai, kai svoriai perskirstomi kartą per metus (šaltinis: sudaryta autoriaus)

**Table 5.** Results of portfolios with weights redistributed on an annual basis (source: compiled by the author)

| Kartą į metus | EQW | C.MV | C.TG | LWCC.TG | LW1F.TG | minCVaR | maxCVaR | Omega |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bendroji vertė (indeksas), Lt | 2,2334 | 1,8000 | 2,4785 | 3,3302 | 2,8313 | 1,8304 | 3,2702 | 2,8481 |
| Metinė grąža | 0,0673 | 0,0488 | 0,0764 | 0,1025 | 0,0880 | 0,0502 | 0,1008 | 0,0886 |
| Metinis standartinis nuokrypis | 0,1575 | 0,1285 | 0,1398 | 0,1373 | 0,1345 | 0,1427 | 0,1508 | 0,1391 |
| Maksimalus praradimas | 0,4750 | 0,4018 | 0,4182 | 0,3948 | 0,4231 | 0,4943 | 0,3343 | 0,4142 |
| Vidutinė praradimas | 0,0931 | 0,0598 | 0,0808 | 0,0782 | 0,0679 | 0,0766 | 0,0714 | 0,0774 |
| Maksimali metinė grąža | 0,5396 | 0,5477 | 0,6094 | 0,5838 | 0,5928 | 0,4731 | 0,4880 | 0,6047 |
| Minimali metinė grąža | –0,3002 | –0,2765 | –0,3087 | –0,2568 | –0,3015 | –0,3696 | –0,2213 | –0,2795 |
| Šarpo rodiklis | 0,4273 | 0,3800 | 0,5464 | 0,7460 | 0,6549 | 0,3522 | 0,6687 | 0,6368 |
| Metinė apyvarta (1 = 100 proc.) | 0,1413 | 0,8027 | 0,8561 | 0,8632 | 0,8496 | 1,1146 | 0,9986 | 1,0134 |
| Bendra apyvarta (1 = 100 proc.) | 1,8367 | 10,4349 | 11,1289 | 11,2218 | 11,0452 | 14,4896 | 12,9813 | 13,1739 |
| Minimalus Gini koeficientas | 0,0000 | 0,7472 | 0,7932 | 0,7290 | 0,7499 | 0,7774 | 0,8005 | 0,7949 |
| Maksimalus Gini koeficientas | 0,1688 | 0,9450 | 0,9830 | 0,9880 | 0,9668 | 0,9473 | 0,9870 | 0,9804 |
| Vidutinis Gini koeficientas | 0,0675 | 0,8495 | 0,9054 | 0,9034 | 0,8844 | 0,8720 | 0,9196 | 0,9109 |
| Top1H | 0,0620 | 0,4516 | 0,7641 | 0,8361 | 0,7278 | 0,5880 | 0,8576 | 0,7173 |
| Top3H | 0,1508 | 0,9428 | 1,0000 | 1,0000 | 0,9579 | 0,9797 | 1,0000 | 1,0000 |
| Grynoji grąža, atskaičius 1 % TC | 0,0659 | 0,0408 | 0,0678 | 0,0938 | 0,0796 | 0,0391 | 0,0908 | 0,0784 |
| Šarpo rodiklis, atskaičius 1 % TC | 0,4184 | 0,3175 | 0,4852 | 0,6831 | 0,5917 | 0,2740 | 0,6025 | 0,5639 |
| Grynoji vertė, atskaičius 1 % TC | 2,1932 | 1,6233 | 2,2212 | 2,9808 | 2,5384 | 1,5850 | 2,8755 | 2,5007 |




**5 pav**. Portfelių grynosios vertės indeksas (2001 01 = 1 Lt); svoriai perskirstomi kartą per metus

**Fig. 5.** Net value index of portfolios (2001 01 = LTL 1); weights are redistributed on an annual basis

omegą, panaudotas pats paprasčiausias „istorinis“ scenarijus, todėl galima pagrįstai tikėtis, kad, naudojant sudėtingesnius scenarijų sudarymo algoritmus, įmanoma gauti geresnius rezultatus.

Praktikoje gana dažnai naudojama ir mokslinėje literatūroje pavyzdžiu pateikiama 1/N portfelio išskaidymo strategija iš tiesų nėra pats geriausias būdas valdyti investicijas.

## Literatūra

Alexander, G. J.; Baptista, A. M.. 2006. Portfolio selection with a drawdown constraint, *Journal of Banking* & *Finance* 30(11): 3171–3189. http://dx.doi.org/10.1016/j.jbankfin.2005.12.006

Ardia, D.; Boudt, K.; Carl, P.; Mullen, K.; Peterson, B. 2011. Differential **e**volution with DEoptim: An application to non-convex portfolio optimization, *The R Journal* 3(1): 27–34.

Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J.-M.; Heath, D. 1999. Coherent measures of risk, *Mathematical Finance* (Blackwell Publishers Inc) 9(3): 203–228. http://dx.doi.org/10.1111/1467-9965.00068

Avouyi-Dovi, S.; Morin, S.; Neto, D. 2004. *Optimal asset allocation with Omega function.* Technical report, Banque de France.

Best, M. J.; Grauer, R. R. 1991. On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results, *Review of Financial Studies* (Soc. Financial Studies) 4(2): 315–342. http://dx.doi.org/10.1093/rfs/4.2.315

Carhart, M. M. 1997. On persistence in mutual fund performance, *The Journal of Finance* (Blackwell Publishing Ltd) 52(1): 57–82. http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x

Chekhlov, A.; Uryasev, S.; Zabarankin, M. 2005. Drawdown measure in portfolio optimization, *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 8(1): 13–58. http://dx.doi.org/10.1142/S0219024905002767

Chopra, V. K.; Ziemba, W. T. 1993. The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice, *The Journal of Portfolio Management* (Institutional Investor Journals) 19(2): 6–11. http://dx.doi.org/10.3905/jpm.1993.409440

Clarke, R.; De Silva, H.; Thorley, S. 2011. Minimum variance portfolio composition, *The Journal of Portfolio Management* (Institutional Investor Journals) 37(2). http://dx.doi.org/10.3905/jpm.2011.37.2.031

DeMiguel, V.; Garlappi, L.; Nogales, F. J.; Uppal, R. 2009b. A generalized approach to portfolio optimization: improving performance by constraining portfolio norms, *Management Science* (INFORMS) 55(5): 798–812. http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.1080.0986

DeMiguel, V.; Garlappi, L.; Uppal, R. 2009a. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy?, *Review of Financial Studies* (Soc Financial Studies) 22(5): 1915–1953. http://dx.doi.org/10.1093/rfs/hhm075

Duchin, R.; Levy, H. 2009. Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies, *The Journal of Portfolio Management* 35(2): 71–74. http://dx.doi.org/10.3905/JPM.2009.35.2.071

Frost, P. A.; Savarino, J. E. 1988. For better performance: constrain portfolio weights, *The Journal of Portfolio Management* (Institutional Investor Journals) 15(1): 29–34. http://dx.doi.org/10.3905/jpm.1988.409181

Gilli, M.; Schumann, E.; Di Tollo, G.; Cabej, G. 2011. Constructing 130/30-portfolios with the omega ratio, *Journal of Asset Management* (Nature Publishing Group) 12(2): 94–108. http://dx.doi.org/10.1057/jam.2010.25

Gilli, M.; Schumann, E.; Di Tollo, G.; Cabej, G. 2008. Constructing long/short portfolios with the omega ratio, *Swiss Finance Institute Research Paper* 08-34.

Gilli, M.; Schumann, E. 2010. Distributed optimisation of a portfolio's Omega, *Parallel Computing* 36(7): 381–389. http://dx.doi.org/10.1016/j.parco.2009.10.001

Grossman, S. J.; Zhou, Z. 1993. Optimal investment strategies for controlling drawdowns, *Mathematical Finance* (Blackwell Publishing Ltd) 3(3): 241–276. http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9965.1993.tb00044.x

Hentati-Kaffel, R.; Prigent, J.-L. 2012. *Structured portfolio analysis under SharpeOmega ratio*. Université Panthéon-Sorbonne (Paris 1), Centre d'Economie de la Sorbonne.

Jagannathan, R.; Ma, T. 2003. Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps., *The Journal of Finance* (Wiley Online Library) 58(4): 1651–1684. http://dx.doi.org/10.1111/1540-6261.00580

Kane, S. J.; Bartholomew-Biggs, M. C.; Cross, M.; Dewar, M. 2009. Optimizing Omega, *Journal of Global Optimization* (Springer US) 45(1): 153–167. http://dx.doi.org/10.1007/s10898-008-9396-5

Kasten, G. W. 2007. High transaction costs from portfolio turnover negatively affect 401 (K) participants and increase plan sponsor fiduciary liability, *Journal of Pension Benefits* (Aspen Publishers, Inc.) 14(3): 50.

Keating, C.; Shadwick, W. F. 2002a. A universal performance measure, *Journal of Performance Measurement* (EDHEC) 6(3): 59–84.

Keating, C.; Shadwick, W. F. 2002b. An introduction to omega, *AIMA Newsletter*.

Ledoit, O.; Wolf, M. 2004. A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices, *Journal of Multivariate Analysis* (Elsevier) 88(2): 365–411. http://dx.doi.org/10.1016/S0047-259X(03)00096-4

Ledoit, O.; Wolf, M. 2003. Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection, *Journal of Empirical Finance* (Elsevier) 10(5): 603–621. http://dx.doi.org/10.1016/S0927-5398(03)00007-0

Markowitz, H. 1952. Portfolio selection, *The Journal of Finance* (Wiley Online Library) 7(1): 77–91.

Mausser, H.; Saunders, D.; Seco, L. 2006. Optimizing omega, *Risk*, 88–92.

Merton, R. C. 1980. On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation, *Journal of Financial Economics* (Elsevier) 8(4): 323–361. http://dx.doi.org/10.1016/0304-405X(80)90007-0

Michaud, R. O. 1989. The Markowitz optimization enigma: is' optimized'optimal?, *Financial Analysts Journal* (JSTOR), 31–42. http://dx.doi.org/10.2469/faj.v45.n1.31

Pflug, G. Ch. 2000. Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk, *Probabilistic Constrained Optimization*, 272–281. Springer.

Rockafellar, R. T.; Uryasev, S. 2000. Optimization of conditional value-at-risk, *Journal of Risk* 2: 21–42.

Rockafellar, R. T.; Uryasev, S. 2002. Conditional value-at-risk for general loss distributions, *Journal of Banking* & *Finance* 26(7): 1443–1471. http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6

Roy, A. D. 1952. Safety first and the holding of assets, *Econometrica* 20: 431–449. http://dx.doi.org/10.2307/1907413

**Renaldas VILKANCAS** is currently working as an Assistant at the Department of Finance Engineering of Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania.