



ISSN 1648-0627 print
ISSN 1822-4202 online

VERSLAS: TEORIJA IR PRAKTIKA
BUSINESS: THEORY AND PRACTICE

<http://www.vtu.lt/leidiniai>; <http://www.vtu.lt/editions>

2006, Vol VII, No 2, 81–88

NEAPIBRĖŽTUMO ĮTAKA DAUGIAKRITERINIAMS VERTINIMAMS

Valentinas Podvezko

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
El. paštas lsaulis@fm.vtu.lt*

Įteikta 2005-12-06; priimta 2006-02-09

Santrauka. Ekonominiai bei socialiniai procesai yra stochastinės prigimties. Praktikoje priimant sprendimus plačiai taikomi daugiakriteriniai vertinimo metodai. Jų pagrindą sudaro statistiniai duomenys arba ekspertų vertinimai. Duomenų neapibrėžtumas turi įtaką taikomų metodų rezultatams. Statistinis imitavimas suteikia galimybę daug kartų pakartoti nagrinėjamą procesą, taikant atsitiktinių skaičių sekas, patvirtinti ekspertų suderinamumą, įvertinti rodiklių svorių kitimo intervalus, nustatyti vertinamųjų objektų veiklos efektyvumo laipsnį.

Reikšminiai žodžiai: neapibrėžtumas, daugiakriteriniai metodai, statistinis imitavimas, vertinimų suderinamumas.

MULTICRITERIA EVALUATION UNDER UNCERTAINTY

Valentinas Podvezko

*Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania
E-mail: lsaulis@fm.vtu.lt*

Received 6 December 2005; accepted 9 February 2006

Abstract. Economic processes and social phenomena are of stochastic nature. In practice, multicriteria evaluation methods are widely used for decision-making. The uncertain character of the available data strongly affects multicriteria evaluation by particular decision-making methods. Statistical simulation allows for the iteration of a particular process, the application of random values series, as well as determining of the agreement of expert estimates, ranging of the criteria weight and the efficiency of enterprise performance.

Keywords: uncertainty, multicriteria decision methods, statistical simulation, agreement of estimates.

1. Įvadas

Pastaruoju metu praktikoje priimant sprendimus plačiai taikomi daugiakriteriniai vertinimo metodai [1–6]. Jų objektai yra sudėtingi kompleksiniai dydžiai, taip pat žmogaus veiklos procesai. Gali būti lyginami skirtingi technologijos projektai, finansinė įmonių būklė arba finansinis jų potencialas, šalies regionų arba atskirų šalių socialinės bei ekonominės plėtros vertinimas ir lyginimas, skirtingų investicijų efektyvumas ir daug kitų panašių procesų.

Daugiakriterinių metodų pagrindą sudaro statistiniai duomenys arba ekspertų vertinimai. Duomenys yra stochastinės prigimties, ir jų neapibrėžtumas turi įtaką taiko-

mų metodų vertinimų rezultatams. Įvertinti tą įtaką, nustatyti metodų kriterijų galimų svyravimų intervalus, įvertinti skirtingų variantų sprendimo priėmimo tikimybes, jų rizikos laipsnį gali padėti statistinio imitavimo (Monte Karlo) metodas. Šis metodas plačiai taikomas skirtingose mokslo ir praktikos srityse [7–9], optimizavimo uždaviniams spręsti, taikant stochastinio programavimo algoritmus [10]. Daugiakriterinių metodų taikymas pateikia uždavinio su modelių parametru intervalų variacijomis pertvarkymo į determinuotą uždavinį galimybes [11–12].

Bet koks matematinis modelis gali būti taikomas praktikoje, jei jis yra stabilus modelio parametru atžvilgiu. Ne-

apibrėžtumo įtakai daugiakriteriniams vertinimams, tikrinant taikomų metodų stabilumą, taip pat galima pritaikyti statistinio imitavimo metodą [13, 14]. Matematinis modelis laikomas stabilu, jeigu nedidelį modelio parametrų svyravimą atitinka mažas rezultatų keitimasis.

Statistinis imitavimas yra atskiras kompiuterinio imitavimo atvejis, kai matematinio modelio parametrai yra stochastinės prigimties ir nagrinėjamam atsitiktiniam procesui imituoti taikomos skirtingų tikimybių skirstinių atsitiktinių skaičių sekos [15].

Neapibrėžtumo įtaką vertinti yra labai svarbu taikant daugiakriterinius metodus. Sprendimo priėmimo pagrindą sudaro taikomų metodų kriterijų suskaičiuotos reikšmės, o jos priklauso nuo metodų duomenų bazės, nuo vieno statistinių duomenų ir ekspertų vertinimų varianto, kuris yra atsitiktinis. Šiame straipsnyje, esant neapibrėžtumui, nustatomi nagrinėjamo proceso rodiklių svorių kitimo intervalų režiai, vertinamas ekspertų nuomonių suderinamumo lygis ir stabilumas, neapibrėžtumo įtaka lyginamų objektų rangavimui, taikant statistinio imitavimo metodą.

2. Neapibrėžtumas daugiakriteriniuose methoduose

Nagrinėjant sudėtinius procesus, priimant sprendimus dažnai reikia įvertinti, palyginti tų procesų n objektų (galimų alternatyvų) A_1, A_2, \dots, A_n veiklos efektyvumą arba perspektyvą. Tai gali būti skirtingų technologijų, finansinės įmonių būklės, šalies regionų plėtros įvertinimas, investicinių projektų efektyvumas ir t. t. [3–6]. Daugiakriterinių metodų tikslas – ranguoti lyginamąsias alternatyvas nagrinėjamo tikslo svarbos atžvilgiu. Proceso veiklos efektyvumą charakterizuoja m rodiklių R_1, R_2, \dots, R_m .

Matematinų metodų rezultatų nevienareikšmiškumas, ne visas apibrėžtumas susijęs su modelio parametrų, charakteristikų, kintamųjų neapibrėžtumais, jų stochastiniu pobūdžiu. Kiekybinių daugiakriterinių metodų pagrindą sudaro dvi matricos, metodo skaičiavimo duomenų bazė: matrica $\mathbf{R} = \|r_{ij}\|$ i -tojo rodiklio R_i j -osios alternatyvos A_j reikšmės r_{ij} ir rodiklių svorių ω_i vektorius $\mathbf{\Omega} = \|\omega_i\|$, ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$), čia m – rodiklių skaičius, n – lyginamųjų objektų (alternatyvų) skaičius. Matricos \mathbf{R} elementai r_{ij} yra rodiklių reikšmių statistiniai duomenys arba jų ekspertų vertinimai. Rodiklių svorių reikšmės praktikoje dažniausiai taip pat nustato specialistai ekspertai, t. y. skaičiuojami ir vadinamieji subjektyvūs svoriai, nors taikomi kaip objektyvūs svoriai, vertinantys duomenų rodiklių matricos \mathbf{R} struktūrą [2–4], ir apibendrinti integruoti svoriai, jungiantys pirmuosius ir antruosius svorius [4]. Abi daugiakriterinių metodų sudedamosios dalys – rodiklių reikšmės ir jų svoriai turi tikimybinę prigimtį, t. y. skaičiuoti taikomas atsitiktinis duomenų variantas, nors realiai reikšmės gali svyruoti atitinkamuose intervaluose. Iš tikrųjų, pavyzdžiui, pakeitus ekspertų grupės sudėtį, padidinus arba sumažinus ekspertų skaičių, pritaikius kitų duo-

menų bazę, atskiri vertinimai, taip pat ir jų vidurkiai bus kitokie. Tai turės įtakos ir vertinamiems rezultatams. Bet kiekybinių daugiakriterinių metodų kriterijai yra diskretūs dydžiai, t. y. svarstyti ir sprendimui priimti pateikiamas vienas variantas – metodo kriterijaus suskaičiuotos reikšmės K_1, K_2, \dots, K_n , atitinkančios alternatyvas (objektus) A_1, A_2, \dots, A_n . Atsižvelgiant į konkretų taikomą daugiakriterinį metodą, geriausią rezultatą atitinka didžiausia arba mažiausia kriterijaus K_j reikšmė. Sutvarkius kriterijaus K_1, K_2, \dots, K_n reikšmes mažėjančia (arba didėjančia) tvarka, nustatoma lyginamųjų objektų prioritetiškumo eilė.

Kiekybiniai daugiakriteriniai metodai jungiami į vieną vertinimo kriterijų pagal rodiklių normalizuotas (bedimenses) reikšmes \tilde{r}_{ij} ir rodiklių svorius ω_i ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$), čia m – rodiklių skaičius, n – lyginamųjų objektų skaičius, $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$. Tipinis daugiakriterinis meto-

das, dažnai taikomas praktikoje, yra SAW (*Simple Additive Weighting*) metodas [2]. Metodo kriterijus skaičiuojamas pagal formulę

$$S_j = \sum_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}. \quad (1)$$

SAW metodo normalizuotos reikšmės \tilde{r}_{ij} skaičiuojamos pagal formulę

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{j=1}^n r_{ij}}, \quad (2)$$

čia r_{ij} – j -tojo objekto i -tojo rodiklio reikšmė, t. y. statistinių duomenų arba ekspertų vertinimų lentelė.

SAW metodo kriterijus S_j (1) taikomas, jei visi rodikliai yra maksimizuojamojo pavidalo, t. y. didesnė rodiklio reikšmė atitinka geresnę vertinimo situaciją. Taikant SAW metodą, minimizuojamojo pavidalo rodiklių reikšmės pertvarkomos į maksimizuojamąjį pavidalą, pavyzdžiui, pagal formulę

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{\min_j r_{ij}}{r_{ij}}. \quad (3)$$

Taikant daugiakriterinius metodus, kyla kita problema – nustatyti ekspertų vertinimų suderinamumo ir stabilumo lygį. Rodiklių svorius dažniausia nustato specialistai ekspertai. Svorių reikšmės galima toliau taikyti daugiakriteriniam vertinimui, jei ekspertų nuomonės suderintos (neprieštaringos). Suderinamumo lygį nustato konkordancijos (suderinamumo) koeficientas W [16–19]. Konkordancijos koeficientui skaičiuoti reikia preliminarai ranguoti rodiklius kiekvieno eksperto atžvilgiu, t. y. svarbiausiam rodikliui priskirti aukščiausią reikšmę, lygią vienetui, kitam

(pagal įtaką nagrinėjamam tikslui) reikšmę 2 ir t. t., mažiausiai svarbiam rodikliui – reikšmę m , čia m – vertinamųjų rodiklių skaičius. Vienodiems vertinimams priskiriamas tas pats rangas – eilinių rangų aritmetinis vidurkis. Ekspertų vertinimų lentelę nesunku pertvarkyti į rangavimo lentelę.

Konkordancijos koeficientas skaičiuojamas pagal formulę [16]

$$W = \frac{12S}{r^2 m (m^2 - 1)}, \quad (4)$$

čia r – ekspertų skaičius, m – vertinamųjų rodiklių skaičius, S – rodiklių rangų sumų nuokrypių nuo jų bendro vidurkio kvadratų suma [16, 19].

Jeigu suskaičiuota pagal (4) formulę konkordancijos koeficiento reikšmė yra arti vieneto, tai rodo, kad ekspertų vertinimai neprieštarinai. Statistinių ekspertų suderinamumo lygį nustato χ^2 kriterijus, skaičiuojamas pagal formulę [16–19]

$$\chi^2 = W r(m-1) = \frac{12S}{r m (m+1)}. \quad (5)$$

Kai suskaičiuota pagal (5) formulę χ^2 reikšmė didesnė už kritinę χ_{kr}^2 iš χ^2 skirstinio lentelės su $v = m - 1$ laisvės laipsniu ir pasirinktu reikšmingumo lygmeniu α , artimu nuliui, tai išsina, kad ekspertų vertinimai suderinti ir rodiklių svorius galima taikyti daugiakriteriniam vertinimui.

Ekspertų vertinimai yra stochastinio pobūdžio: keičiant, pavyzdžiui, ekspertų grupės sudėtį, pasikeis ir rodiklių vertinimų reikšmės, ir atitinkama rangų lentelė, o nuo to priklauso konkordancijos koeficiento W ir χ^2 suskaičiuotos reikšmės ir kaip pasekmė vertinimų suderinamumo lygis. Taip pat keičiasi rodiklių svoriai ω_j , o nuo to priklauso ir lyginamųjų objektų rangavimas bei sprendimo priėmimas. Pritaikant statistinio imitavimo metodą, galima patikrinti ir patvirtinti ekspertų vertinimų suderinamumą, taip pat nustatyti rodiklių svorių intervalų galimus režius.

Konkordancijos koeficiento ir suderinamumo nustatymo metodų taikymas rodo [16–19], kad vertinimų rezultatai gali labai svyruoti, o ekspertų nuomonės vis tiek statistiškai suderintos. Jeigu suskaičiuota χ^2 kriterijaus reikšmė, nustatanti vertinimų suderinamumo lygį, mažai skiriasi nuo kritinės reikšmės iš lentelės, tai atsitiktinumo įtaka gali pakeisti suderinamumą, ir vertinimo rezultatai tokiu atveju yra mažai patikimi.

3. Statistinio imitavimo algoritmai

Norėdami ištirti neapibrėžtumo įtaką vertinamiems daugiakriterinių metodų rezultatams ir patikrinti, ar jie stabilūs atsitiktinių parametru svyravimų atžvilgiu, galima pritaikyti statistinio imitavimo metodą. Taikant šį metodą nag-

rinėjamas procesas arba jo atskirų komponentų reikšmės kisdamos kartojasi daug kartų, skaičiuojant kiekvienam variantui atsitiktinį, bet įmanomą rezultatą. Tuo tikslu kiekvienam metodo kintamajam reikia nustatyti galimų svyravimų intervalų režius. Jei modelio stochastinį parametru (charakteristiką) X vertina ekspertai arba yra jo reikšmių vienaarūšių statistinių duomenų masyvas, tai taikant matematinės statistikos metodus galima nustatyti šio parametro teorinį tikimybinį skirstinį su pasiskirstymo funkcija $F(x)$ ir su pasirinkto patikimumo lygmeniu, artimu vienetai, apskaičiuoti kiekvieno modelio parametro pasikliautinojo intervalo režius. Kitais atvejais mažiausias ir didžiausias parametru reikšmės gali nustatyti specialistai ekspertai.

Statistinio imitavimo pagrindą sudaro atsitiktinių arba pseudoatsitiktinių skaičių $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$, tolygiai pasiskirsčiusių $[0, 1]$ intervale, sugeneruota seka, čia N – imitacijų skaičius. Yra atsitiktinių skaičių lentelių, o kiekviena kompiuteryje yra tokių pseudoatsitiktinių skaičių generatorius. Pseudoatsitiktinių skaičių naudojimas suteikia galimybę patikrinti skaičiavimo algoritmą ir kompiuterines programas: kartojant skaičiavimus taip pat kartojasi taikoma atsitiktinė seka ir skaičiavimo rezultatai turėtų sutapti. Teorinis statistinio imitavimo metodo pagrindas yra didžiųjų skaičių dėsnis ir centrinė ribinė teorema.

Statistinio imitavimo taikymą parodysime bet kokio X parametro atžvilgiu. Šis procesas gali būti realizuotas pagal tokią schemą:

1. Gaunama kompiuteryje sugeneruoto atsitiktinio dydžio, tolygiai pasiskirsčiusio intervale $[0,1]$, reikšmė ξ_i , čia $i = 1, \dots, N$, N – imitacijų skaičius.
2. Jeigu parametro X teorinis skirstinys yra nežinomas, tai ekspertai nustato mažiausią įmanomą parametro reikšmę X ir didžiausią reikšmę \bar{X} . Paskui gautą atsitiktinę reikšmę ξ_i iš $[0,1]$ intervalo pertvarkome į atsitiktinę reikšmę \bar{X}_i iš $[X, \bar{X}]$ intervalo pagal formulę

$$\bar{X}_i = X + (\bar{X} - X) \xi_i. \quad (6)$$

3. Jeigu patikrinta ir patvirtinta statistinė hipotezė apie taikomo parametro X teorinį tikimybinį skirstinį su pasiskirstymo funkcija $F(X)$, tai parametro atsitiktinę suimituotą reikšmę rasime iš lygybės [7, 13]

$$\xi_i = F(X_i), \text{ arba } X_i = F^{-1}(\xi_i), \quad (7)$$

čia $F^{-1}(\xi_i)$ – atvirkštinė funkcija $F(x)$ funkcijos atžvilgiu.

Atsitiktinės reikšmės imituojamos visiems taikomo daugiakriterinio metodo parametrų pagal formules (6) arba (7). Visų parametru vieną kartą suimituotos reikšmės įstatomos į taikomą daugiakriterinio modelio kriterijaus formulę, skaičiuojamos kriterijaus reikšmės $K_1^{(i)}, K_2^{(i)}, \dots, K_n^{(i)}$ ir nustatoma lyginamųjų objektų prioritetiškumo eilė

(čia i – eilinės imitacijos numeris; $i = 1, 2, \dots, N$; N – bendras imitacijų skaičius).

4. Po visų N imitacijų nustatomi kiekvieno lyginamojo objekto prioritetiškumo intervalo kitimo rėžiai. Taikomas daugiakriterinis modelis laikomas stabilu galimų modelio parametru atsitiktinių svyravimų atžvilgiu, jei kiekvieno lyginamojo objekto prioritetai nesikeičia arba kinta nedaug.

Ne visada galima išspręsti lygtį (7) ir gauti naudojamą reikšmių X_i sekos skirstinį $F(X)$. Tokiu atveju taikomos atitinkamos kompiuterinės standartinės programos arba naudojami sekos ξ_i pertvarkymo algoritmai. Pavyzdžiui, jei atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal dažniausiai praktikoje taikomą normalųjį dėsnį su parametrais a ir σ , tai skirstinio reikšmę X galima imituoti pagal formulę [7, 9]

$$X = a + \sigma \frac{\sum_{i=1}^k \xi_i - \frac{k}{2}}{\sqrt{\frac{k}{12}}}, \quad (8)$$

čia ξ_i – sugeneruotos atsitiktinio dydžio, tolygiai pasiskirsčiusio intervale $[0, 1]$, reikšmės, $i = 1, \dots, k$, k – suimituotų reikšmių skaičius. Praktikoje patogu taikyti (8) formulę, kai $k = 12$, t. y. iš 12 suimituotų atsitiktinių skaičių, tolygiai pasiskirsčiusių intervale $[0, 1]$, gauname vieną normaliojo skirstinio reikšmę. Tokiu atveju dydis X skaičiuojamas pagal formulę

$$X = a + \sigma \left(\sum_{i=1}^{12} \xi_i - 6 \right). \quad (9)$$

Yra ir kitų normaliojo skirstinio reikšmių imitavimo algoritmų [7, 9].

4. Statistinio imitavimo taikymo pavyzdys

Duomenų neapibrėžtumo įtaką daudiakriteriniams vertinimams, taikant statistinio imitavimo metodą, parodysime vertindami šalies (Lietuvos) regionų plėtrą. Regionus lyginsime įvykdysime pagal vieno iš plėtrą charakterizuojančių rodiklių, t. y. nusikalstamumo pagrindu. Pagrindinį rodiklį charakterizuoja 11 dalinių rodiklių: užregistruotos nusikalstamos veikos, nusikaltimai ir t. t. [20], 6 skyrius. Ten pat pateikti rodiklių apibrėžimai. Vertinami 10 Lietuvos regionų (apskričių): 1) Alytus; 2) Kaunas; 3) Klaipėda; 4) Marijampolė; 5) Panevėžys; 6) Šiauliai; 7) Tauragė; 8) Telšiai; 9) Utena; 10) Vilnius. Statistiniai duomenys – dalinių rodiklių reikšmės, paimtos iš Lietuvos statistikos departamento 2004 m. ataskaitos [20]. Iš 11 rodiklių ekspertai nurodė 9 reikšmingesnius, turinčius didžiausią įtaką regionų plėtrai (1 lentelė).

Rodiklių matavimo vienetai (1 lentelė): nuo 1 iki 5 ir 8 rodiklis – šimtui tūkst. gyventojų, 6 – procentai nuo bendro skaičiaus, 7 rodiklis – procentas nuo ištirto skaičiaus, 9 – tenka šimtui tūkst. 14–17 metų amžiaus vaikų (skaičius).

Mūsų atveju tik vienas rodiklis (6) yra maksimizuojamas. Likusių rodiklių (minimizuojamojo pavidalo) reikšmės iš 1 lentelės reikia pertvarkyti į maksimizuojamasias taikant formulę (3).

Ekspertai taip pat nustatė rodiklių svorius ω_i ($i = 1, \dots, m$), čia m – rodiklių skaičius. Yra nemažai svorių nustatymo metodų – nuo rodiklių rangavimo ir tiesioginio įvertinimo iki rodiklių porinio lyginimo AHP T. Saaty metodo [21–23]. Šiame darbe buvo pritaikytas tiesioginis svorių nustatymo įvertinimo metodas [24], kai kiekvienas ekspertas procentais vertino atskiro rodiklio svorį taip, kad visų rodiklių svorių suma būtų lygi 100. Devynių ro-

1 lentelė. Lietuvos apskričių (regionų) nusikaltimų rodiklių reikšmės 2004 m.

Table 1. Crime rate in the regions of Lithuania in 2004

Rodikliai	Apskritis (regionas)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Užregistruota baudžiamųjų nusizengimų	165	204	336	145	265	272	276	158	198	370
2. Užregistruoti nusikaltimai	1 394	2 356	2 508	1 416	2 372	1 924	1 466	1 361	1 757	3 253
3. Užregistruoti nužudymai ir pasikėsinimai	7	11	10	6	7	9	9	14	7	11
4. Užregistruotos vagystės	778	1225	1360	743	1 469	1 099	899	726	1 074	1 764
5. Užregistruoti plėšimai	77	146	189	92	152	144	73	123	102	214
6. Ištirti nusikaltimai	41	39	41	46	40	45	46	48	43	35
7. Nepilnamečių padaryti nusikaltimai	15	13	15	17	19	15	17	18	14	9
8. Asmenys, įtariamai padarę nusikaltimus	533	571	683	653	634	684	701	512	509	571
9. Nepilnamečiai, įtariamai padarę nusikaltimus	1 274	1 144	1 408	1 525	1 774	1 833	1 572	1 480	1 138	1 106

kordancijos koeficiento W ir χ^2 suskaičiuotos reikšmės ir kaip pasekmė – vertinimų suderinamumo lygis. Taip pat keičiasi rodiklių svoriai ω_i , o nuo to priklauso taikomo daugiakriterinio metodo kriterijaus reikšmės, lyginamųjų objektų rangavimas ir sprendimo priėmimas. Taikant statistinio imitavimo metodą, galima patikrinti ir patvirtinti ekspertų vertinimų suderinamumo lygį, taip pat nustatyti rodiklių svorių intervalų galimus rėžius.

Galima pasiūlyti skirtingus imitavimo algoritmus, priklausančius nuo sprendžiamo uždavinio ir duomenų patikimumo. Jei ekspertų skaičius palyginti didelis, tai galima nubraižyti vertinimų histogramą, nustatyti vertinimų teorinį skirstinį su pasiskirstymo funkcija $F(X)$ ir su pasirinkto pasikliautinumo lygmeniu, artimu vienetui, rasti vertinimų pasikliautinuosius intervalus. Tokiu atveju atsitiktiniai vertinimai imituojami pagal (7) formulę suskaičiuotame pasikliautinajame intervale.

Jei ekspertų skaičius r mažas (mūsų atveju $r = 6$) ir teorinė pasiskirstymo funkcija $F(X)$ nežinoma, galima imituoti atskirų ekspertų įvertinimų intervale, paimant intervalų centru kiekvieno eksperto vertinimus (iš 2 lentelės). Imitavimo intervalo ilgis turėtų būti susijęs su ekspertų vertinimų išsisklaidymu, pavyzdžiui, su atskirų rodiklių vertinimų vidutiniais kvadratiniais nuokrypiais σ_i (paskutinis stulpelis 2 lentelėje). Imituojami kiekvieno rodiklio visų ekspertų vertinimai, skaičiuojamos vidutinės jų reikšmės ir svoriai. Pagal visą imitacijų N visumą nustatomos kiekvieno i -tojo rodiklio svorių mažiausios reikšmės $\omega_{i(\min)}$ ir didžiausios reikšmės $\omega_{i(\max)}$. Suskaičiuotos svorių reikšmės priklauso, natūralu, nuo imitacijų skaičiaus N ir imitavimo intervalų ilgio. Imitavimo rezultatai, imitavimo algoritmas bus stabilus, jeigu po atitinkamo momento, didinant imitacijų skaičių N , svorių kitimo intervalų rėžiai praktiškai nesikeičia. Imitavimo rezultatai 2 lentelės pa-

grindu – mažiausios ir didžiausios rodiklių svorių reikšmės su $N = 10; 100; 1000$ ir $N = 10\,000$ pateikti 4 lentelėje. Kiekvieno i -tojo rodiklio imitavimo intervalo ilgis lygus $2\sigma_i$, intervalo centras – atitinkamo eksperto vertinimas iš 2 lentelės. Jei e_{ik} yra k -tojo eksperto i -tojo rodiklio įvertinta reikšmė, tai imitavimo intervalas bus $(e_{ik} - \sigma_i, e_{ik} + \sigma_i)$ ir formulės (6) įgaus tokį pavidalą

$$\overline{X}_i = e_{ik} - \sigma_i + 2\sigma_i \xi_i, \quad (10)$$

čia $i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, r$.

Kaip matome iš 4 lentelės, didinant imitacijų skaičių 10 kartų, pavyzdžiui, nuo 100 iki 1 000, svorių intervalų rėžių reikšmės pasikeitė 1–7 %, išskyrus 5-ąjį rodiklį (14 %), kai atskirų ekspertų vertinimai 2 lentelėje skiriasi 4 kartus (kitų rodiklių vertinimai skiriasi ne daugiau kaip 2 kartus). Didinant imitacijų skaičių dar 10 kartų nuo 1 000 iki 10 000, svorių intervalų rėžių reikšmės praktiškai nepasikeitė (išskyrus vėl 5-ojo rodiklio reikšmes).

Aprašyta procedūra taip pat suteikia galimybę nustatyti ekspertų nuomonių suderinamumo stabilumą galimam atsitiktiniam svyravimui. Imituojant N kartų, kaip buvo aprašyta, rodiklių reikšmingumą atsitiktinį vertinimą (2 lentelė), galima kiekvieną kartą suskaičiuoti konkordancijos koeficientą W ir atitinkamą χ^2 reikšmę pagal formules (4) ir (5), palyginti suskaičiuotą χ^2 reikšmę su kritine χ_{kr}^2 , paimta iš skirstinio lentelės, turinčia $\nu = m - 1$ laisvės laipsnių ir pasirinktą reikšmingumo lygmenį α . Tad galima patvirtinti arba paneigti statistinę hipotezę apie ekspertų vertinimų suderinamumą. Taip pat galima nustatyti konkordancijos koeficientą W ir dydžio χ^2 galimas mažiausias ir didžiausias reikšmes, taigi jų kitimų intervalus. Skaičiavimo rezultatai su skirtingais imitacijų skaičiais pateikti 5 lentelėje.

4 lentelė. Rodiklių svorių imitacijos kitimo intervalai

Table 4. Ranging of criteria weight in simulation

Rodiklio Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rodiklio svoris	0,070	0,062	0,068	0,040	0,042	0,385	0,120	0,088	0,125
Imitacijų skaičius $N = 10$									
Mažiausia svorio reikšmė	0,066	0,058	0,061	0,037	0,037	0,366	0,103	0,080	0,118
Didžiausia svorio reikšmė	0,074	0,065	0,076	0,044	0,049	0,393	0,132	0,096	0,128
Imitacijų skaičius $N = 100$									
Mažiausia svorio reikšmė	0,064	0,054	0,061	0,035	0,034	0,355	0,106	0,078	0,115
Didžiausia svorio reikšmė	0,076	0,070	0,079	0,045	0,050	0,416	0,135	0,102	0,135
Imitacijų skaičius $N = 1000$									
Mažiausia svorio reikšmė	0,063	0,053	0,056	0,034	0,029	0,352	0,101	0,072	0,114
Didžiausia svorio reikšmė	0,078	0,071	0,080	0,045	0,056	0,429	0,137	0,104	0,137
Imitacijų skaičius $N = 10\,000$									
Mažiausia svorio reikšmė	0,060	0,052	0,056	0,034	0,027	0,339	0,102	0,070	0,110
Didžiausia svorio reikšmė	0,079	0,073	0,082	0,047	0,057	0,430	0,140	0,104	0,140

5 lentelė. Konkordancijos koeficiento W ir dydžio χ^2 imitavimo kitimo intervalai

Table 5. Ranging of concordance coefficient W and value χ^2 in simulation

Dydžiai	Imitacijų skaičius				
		10	100	1 000	10 000
Konkordancijos koeficientas ($W = 0,865$)	W_{\min}	0,809	0,769	0,736	0,684
	W_{\max}	0,889	0,889	0,927	0,936
χ^2 reikšmės ($\chi^2 = 41,51$)	χ^2_{\min}	38,84	36,93	35,33	32,84
	χ^2_{\max}	42,67	42,67	44,49	44,93

6 lentelė. Kriterijaus S_j metodo SAW reikšmės ir atitinkamos regionų vietos

Table 6. Values of criterion S_j in SAW approach and the respective ranks of regions

Regionas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kriterijaus reikšmės	0,110	0,097	0,089	0,111	0,088	0,095	0,102	0,107	0,108	0,094
Vieta	2	6	9	1	10	7	5	4	3	8

Kaip matome iš skaičiavimo rezultatų (5 lentelė), pradinių duomenų, t. y. ekspertų vertinimų, imitacijos keičia konkordancijos koeficiento W ir dydžio χ^2 reikšmes, taip pat nustato jų mažiausias ir didžiausias ribas. Reikšmės priklauso nuo imitacijų skaičiaus N , nors ekspertų vertinimai liko suderinti: net su $N = 10\ 000$ imitacijomis mažiausia suskaičiuota reikšmė $\chi^2 = 32,84$ daug didesnė už kritinę $\chi^2_{kr} = 15,51$, kai $\alpha = 0,05$ ir $v = 8$ [25].

Ekspertų vertinimų suderinamumo stabilumą nustatyti labai svarbu tuo atveju, kada suskaičiuota pradinė χ^2 reikšmė mažai skiriasi nuo kritinės, paimtos iš lentelės. Tokio atvejo statistinis imitavimas gali parodyti nuomonių suderinamumo nestabilumą ir tada reikalingas pakartotinis ekspertų vertinimas.

Rodiklių reikšmės r_{ij} iš 1 lentelės taip pat yra stochastinės prigimties ir gali būti imituojamos pagal aprašytą algoritmą. Imitavimo intervalo ilgį gali nustatyti ekspertai, jis gali būti susijęs su kiekvieno rodiklio suskaičiuotu (1 lentelės pagrindu) vidutiniu kvadratinu nuokrypiu. Tokiu atveju galima nustatyti kiekvieno rodiklio kiekvienam objektui mažiausias reikšmes $r_{ij(\min)}$ ir $r_{ij(\max)}$ ir atitinkamų normalizuotų reikšmių rėžius $\tilde{r}_{ij(\min)}$ ir $\tilde{r}_{ij(\max)}$. Suskaičiuotos pagal (1) ir (3) formules 1 lentelės pagrindu metodo SAW kriterijaus S_j reikšmės ir atitinkamos regionų vietos pateiktos 6 lentelėje.

Kaip rodo suskaičiuotos kriterijaus S_j reikšmės, daugelis iš jų mažai kuo skiriasi tarp savęs (pvz., 1–4, 6–8, 9–10 vietos) ir po imitacijos regionai gali apsikeisti vietomis. Imitavimo procesas suteiks galimybę patikrinti vertinimų stabilumą ir jungti regionus, pavyzdžiui, į tris grupes: lyderiai, vidutinio lygio ir autsaideriai. Jei yra nustatyti pradinių duomenų ir ekspertų vertinimų teoriniai skirstiniai, tai, taikant statistinio imitavimo metodą, galima įvertinti atskirų alternatyvų tikimybes kitimo intervaluose.

5. Išvados

1. Ekonominiai bei socialiniai procesai yra stochastinės prigimties. Lyginant atskirus proceso objektus, reikia įvertinti duomenų neapibrėžtumą ir jų įtaką skaičiavimo rezultatams.

2. Statistinis imitavimas suteikia galimybę daug kartų pakartoti nagrinėjamą procesą, naudojant atsitiktinių arba pseudoatsitiktinių skaičių sekas, taikant reikalingą teorinį pasiskirstymo dėsnį.

3. Objektams lyginti taikant daugiakriterinius metodus, galima imituoti ekspertų vertinimus ir dalinių rodiklių reikšmes, o tai suteikia galimybę patikrinti ir nustatyti ekspertų suderinamumo lygį, įvertinti rodiklių svorių kitimo intervalus, nustatyti vertinamųjų objektų veiklos efektyvumo laipsnį.

4. Statistinio imitavimo metodas suteikia galimybę nustatyti taikomų metodų stabilumo lygį ir naudoti praktiniam vertinimui tik stabilius galimam atsitiktiniam svyravimui metodus.

5. Jei yra nustatyti pradinių duomenų ir ekspertų vertinimų teoriniai skirstiniai, tai, taikant statistinio imitavimo metodą, galima įvertinti atskirų alternatyvų tikimybes kitimo intervaluose.

Literatūra

- Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys'. Edited by Figueira, S.; Greco, S.; Ehrgott, M.: Springer, 2005.
- Hwang, C. L.; Yoon, K. Multiple Attribute Decision Making- Methods and Applications. A State of the Art Survey', Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1981.
- Завадскас, Э. К. Системотехническая оценка технологических решений строительного производства. Ленинград: Стройиздат, 1991.

4. Ustinovičius, L.; Zavadskas, E. K. Statybos investicijų efektyvumo sistemotechninis įvertinimas. Vilnius: Technika, 2004.
5. Ginevičius, R.; Podvezko, V. Complex evaluation of economical – social development of Lithuanian regions. *Statyba* (Civil Engineering), Vol VII, No 4. Vilnius: Technika, 2001, p. 304–309.
6. Ginevičius, R.; Podvezko, V. and Mikelis, D. Quantitative Evaluation of Economic and Social Development of Lithuanian Regions. *Economics*, Research papers, Vilnius University, 2004, Vol 65, p. 67–81. ISSN 1392–1258.
7. Соболев, И. М. Численные методы Монте-Карло. Москва: Физматгиз, 1973. 311 с.
8. Янч, Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. Москва: Прогресс, 1974.
9. Taha, H. A. Operations research An Introduction. Prentice Hall, Inc. New Jersey, 1997 /Таха Х. А. Введение в исследование операций. Москва–С. Петербург–Киев: Вильямс, 2001.
10. Sakalauskas, L. Nonlinear stochastic programming by Monte–Carlo estimators. *European Journal of Operational Research*, Vol 137, 2002, p. 558–573.
11. Antuchevičienė, J. Alternatyvų vertinimo būdai TOPSIS metodu, esant neapibrėžtumui. *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas*, Vol XI, Nr. 4. Vilnius: Technika, 2005, p. 242–247.
12. Triantaphyllou, E.; Lin, Ch.–T. Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods. *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol 14, 1996, p. 281–310.
13. Podvezko, V.; Sivilevičius, H. The study of the stability of asphalt concrete mixture composition optimization mathematical models using. *Transport*, Vol XVIII, No 6. Vilnius: Technika, 2003, p. 259–266.
14. Лингайтис, Л.; Микалюнас, Ш.; Подвезько, В. Статистические имитационные прогнозные модели оценок износа бандажей колесных пар локомотивов. *Transport and Telecommunication*, Vol 6, No 3, 2005, p. 391–396.
15. Naylor, T. H. Computer simulation experiments with models of economic systems. New York, John Wiley & Sons, INC. 1971 /Нейлор Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. Москва: Мир, 1975.
16. Kendall, M. Rank correlation methods. London: Griffin, 1970.
17. Бешелев, С. Д.; Гурвич, Ф. Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. Москва: Статистика, 1974.
18. Евланов, Л. Г. Теория и практика принятия решений. Москва: Экономика, 1984.
19. Podvezko, V. Ekspertų įvertių suderinamumas. *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas*, XI t., Nr. 2. Vilnius: Technika, 2005, p. 101–107.
20. Lietuvos apskritys. Statistikos departamentas. ISSN 1648-0260. Vilnius. 2004, p. 430.
21. Saaty, T. The Analytical Hierarchy Process. McGraw–Hill, New York, 1980.
22. Saaty, T. L. The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making’ In ‘Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys’ Edited by J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott. Springer, Chapter 9, 2005, p. 345–408.
23. Ginevičius, R.; Podvezko, V.; Andruskevičius, A. Statybos sistemų technologiškumo nustatymas AHP metodų. *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas*, X t., Nr. 4. Vilnius: Technika, 2004, p. 135–341.
24. Ginevičius, R.; Podvezko, V. Assessing the Accuracy of Expert Methods. *Engineering Economics*, Nr. 5(40). Kaunas: Technologija, 2004, p. 7–12.
25. Aksomaitis, A. Tikimybių teorija ir statistika. Kaunas: Technologija, 2002.

Valentinas PODVEZKO. Doctor, Associate Professor. Department of Mathematical Statistics. Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania.

Doctor (1984). Author and co-author of over 60 publications. Research interests: sampling and forecasting models in economics.